

**DECISIONES DE POLÍTICA TRIBUTARIA, UN JUEGO DE COORDINACION  
ENTRE GOBIERNO Y AGENTES PRIVADOS**

---

---

**Elección de Carga Tributaria y Evasión de Impuesto a la Renta**

**ANA MARIA RODRIGUEZ PULECIO<sup>1</sup>**

[amrodriguez82@gmail.com](mailto:amrodriguez82@gmail.com)

**Resumen:**

Países como Colombia que presenta recurrentes déficit fiscales, crecimiento de la deuda, y serios problemas de especificación en sus reformas tributarias, pierden una parte significativa de su recaudo fiscal por el fenómeno de la *evasión*. Es allí donde este documento profundiza, proponiendo una modelación desde la teoría de juegos de la interacción entre agentes privados y un gobierno que toma decisiones de política tributaria, visto como un juego de coordinación. A partir de un modelo básico se agrega incertidumbre justificada por la existencia de asimetría en la información, en el momento en el que el gobierno pide a los agentes privados *declarar* los niveles de ingreso por renta, y estos últimos están incentivados a evadir, declarando sólo una porción de su ingreso real.

**Palabras Clave:** Política Tributaria, Evasión de impuestos, Teoría de Juegos, Juegos de Coordinación **Clasificación JEL:** E62 – H26 – C7 – C79

**Diciembre 2005**

**Versión Final**

---

<sup>1</sup> Trabajo de grado para obtener el título de Economista, Universidad del Valle. Docentes revisores: Boris Salazar Trujillo, Fabio Alberto Arias Arbeláez. Actualmente estudiante de maestría Universidad de los Andes, e investigadora económica de la Federación de Aseguradores Colombianos, FASECOLDA.

## 1. INTRODUCCIÓN

Por muchos años el déficit del Gobierno Central ha llevado a repetidas reformas tributarias que representan cambios en las reglas de juego impuestas a la economía; esto inevitablemente crea un ambiente de incertidumbre para los agentes privados.

Colombia en los últimos años ha tenido que enfrentar una reforma tributaria cada catorce meses aproximadamente, y como muchos de los países en desarrollo, presenta graves problemas de eficiencia, mala planeación de su política tributaria, y en general de su política fiscal, demostrando la tendencia corto-placista y no de cambios estructurales en las reformas. La existencia de un desvío cada vez más preocupante entre el recaudo esperado y el recaudo real, llevó a la agudización del problema de déficit y en consecuencia al recurrente y creciente nivel de deuda tanto interna como externa que enfrenta el Gobierno Nacional Central, haciéndola insostenible. La tendencia al endeudamiento ejerce presiones negativas sobre la inversión, el crecimiento, la distribución y el bienestar de todos los colombianos; tan sólo en los tres últimos años se han adicionado a los tradicionales impuestos de renta y ventas el impuesto a las transacciones financieras y el impuesto al patrimonio, una causal distorsionante para la economía dado que esto altera los precios relativos en bienes y servicios.

Algunas de las preguntas iniciales de esta investigación fueron: ¿Cómo se desarrolla la interacción entre gobierno y agentes privados, cuándo se toman decisiones de política tributaria? ¿El Gobierno optimiza en sus decisiones? ¿Cómo responden los agentes ante la inestabilidad?

Para el desarrollo y profundización en el tema fue necesaria la revisión de teoría clásica de política económica, en donde se encuentra que la mayoría de modelos suponen exogenas las variables de política tanto fiscal, como monetaria en la decisión individual de los agentes, algunos en el ámbito de sistemas democráticos representativos, en los que el común de los agentes no participa en la planeación ni discusión de dichas políticas, sino que delega esta responsabilidad a sus representantes, como sus gobernadores, presidentes y

representantes al congreso. Es por lo anterior que este trabajo está enfocado hacia las respuestas de los agentes privados, una vez son tomadas las decisiones de carga tributaria sobre la *renta*; estrategias que incluyen como variable principal la *evasión* como respuesta óptima, en condiciones de incertidumbre para ambos agentes.

Este trabajo apoyado en las herramientas básicas de teoría de juegos y juegos de coordinación es presentado en cuatro capítulos, iniciando con esta introducción. En el segundo se expone el marco teórico y de referencia, ubicando la metodología propuesta dentro del estudio de política económica. El tercer capítulo presenta el modelo dividido en dos grandes secciones, la primera en presencia de información completa acerca de los ingresos por renta de los agentes privados, con la revisión formal del modelo básico de Cooper(1990).

Y la segunda, aporte fundamental de este documento, expone y modela el problema de asimetría en la información, la cual supone un gobierno que pide a los agentes privados *declarar* su nivel de ingresos por renta y estos se ven incentivados a *declarar* sólo una porción de su ingreso real, con el fin de evadir impuestos. Una vez se han encontrado los equilibrios y soluciones en presencia y ausencia de coordinación, equilibrios de reputación y juegos secuenciales se procede a concluir.

## **2. MARCO TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE**

El estudio de política fiscal existente desde la macroeconomía clásica, da respuestas ante el interrogante de la política tributaria óptima en términos de maximización de funciones de utilidad tanto del gobierno como de los agentes privados en la economía, como los hogares y las empresas.

En el problema del impuesto óptimo de Ramsey (1927), el gobierno recaudador sólo tiene acceso a un impuesto para obtener sus ingresos, y debe definir una tasa específica que sea la menor distorsionante posible. Encontrando el camino óptimo del impuesto, se puede llegar al camino óptimo del déficit o superávit gubernamental, el gobierno anuncia la tasa y

los agentes toman sus decisiones sobre el consumo; el modelo supone que los gobiernos deben comprometerse con una política creíble y que todos los agentes conozcan.

Más adelante, Barro(1979) presenta un modelo que centra el objetivo gubernamental en la minimización de distorsiones asociadas a la recaudación impositiva; Barro(1993) supone un gobierno como un planificador social que no sólo maximiza sus ingresos fiscales, sino que también evalúa los efectos de la imposición de impuestos en el trabajo y la acumulación de capital. En el trabajo de Barro se evidencia y reconoce la existencia de la Curva de Laffer cuando los ingresos causados por la política de tributación, puede alcanzar una pendiente negativa a partir de una carga impositiva dada, esto explicado en la respuesta de los hogares ante cambios la carga tributaria y la desviación del recaudo esperado por el gobierno. Para otras propuestas en materia de política se discute la existencia de ineficiencia en el sistema tributario, cuando la disminución del ingreso disponible de los hogares y de su bienestar es mayor que el aumento en el recaudo del gobierno (Harberger, 1980); determinando esta diferencia como una carga muerta en el sistema fiscal.

Para el caso colombiano la investigación más reciente en la línea de optimización dinámica es la de Valencia (2004), quien basado en el modelo de Ramsey hace una extensión para incluir el efecto de la evasión en el impuesto a la renta, presentando un análisis de la relación entre el crecimiento económico y la evasión fiscal; en el que incluye la evasión como parte del problema de optimización de los agentes económicos que deciden cuánto impuesto evadir; mientras que, dependiendo de la probabilidad de ser descubierto y castigado con una multa por lo menos proporcional al monto de la evasión, cambia su utilidad esperada intertemporal. Algunas de las soluciones y equilibrios del modelo son:

- i)* La evasión del ingreso a la renta afecta el camino óptimo del consumo y la acumulación.
- ii)* Produce un aumento en el ingreso disponible para el periodo actual; esto es equivalente a la reducción de consumo futuro (dado un posterior aumento de los impuestos como respuesta del gobierno). El valor óptimo de los ingresos del gobierno es determinado por el suministro de bienes públicos en la economía, ya que éste genera un incentivo para reducir la evasión fiscal, generando efectos sobre el bienestar de los hogares llevando a asignaciones óptimas.

Esta investigación propone el uso metodológico de la teoría de juegos siendo ésta un conjunto de herramientas analíticas diseñadas para entender los fenómenos observados cuando existe interacción entre agentes que toman decisiones<sup>2</sup>; quienes persiguen objetivos racionales bien definidos, teniendo en cuenta su conocimiento, sus expectativas y el comportamiento de otras personas que al tomar sus decisiones a su vez son racionales.

Para el problema de política gubernamental teóricos como Cooper (1990) se interesan en el estudio de decisiones de política existentes en la interacción entre gobierno y agentes privados. Cooper parte de los supuestos de que los agentes privados llegan a subóptimos sociales, están inhabilitados para seleccionar óptimos-Paretianos, y necesitan de la presencia del gobierno quien a través de políticas de coordinación puede ser capaz de tomar acciones para lograr resultados deseados.

Coordinación existe cuando dos o más agentes económicos toman, en conjunto, decisiones respecto a una situación en la que el comportamiento del otro les afecta directamente. La coordinación puede ser provechosa cuando la decisión descentralizada (sin coordinación) puede conducir a un resultado Pareto inferior.

En cuestión de credibilidad surge de forma relevante el problema de la reputación y del compromiso, con un sistema no sólo de incentivos, sino donde la existencia de las promesas y amenazas creíbles afecta los resultados en la teoría de juegos. En el cumplimiento de una promesa pueden aparecer problemas si existe una estrategia con un pago mayor, siendo un incentivo para que el agente se desvíe del cumplimiento de la misma. “Cuando existe un problema de credibilidad, la dominancia estratégica es en sí mismo un problema”<sup>3</sup>.

Van Huyck, Raymond y Walters (2001) plantean como una *habilidad* reconocer en una situación estratégica las conjeturas de los demás jugadores y si sus anuncios son creíbles. Quienes toman decisiones de política económica se enfrentan a problemas de reputación, más aún cuando por varios periodos electorales pretenden mantener a sus votantes . En

---

<sup>2</sup> Tomado de Osborne M. y Rubinstein A. (1999), “A course in Game Theory” Cap 1 Pág. 2. *The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.*

<sup>3</sup> Ibid. Cap. 6 Pag. 172

muchas situaciones es posible que la reputación a través de la iteración repetida pueda sustituir a los compromisos formales. Ante juegos repetidos donde los agentes aprenden de rondas del pasado, reaparece el problema de la cooperación en los juegos de coordinación, donde los agentes a través de la coordinación de estrategias pueden converger a equilibrios sostenibles.

Los trabajos aplicados en el caso colombiano son pocas; uno de los encontrados Gutiérrez, Guzmán, Jiménez (2000) presenta un juego Principal-Agente; poniendo en práctica la metodología de la economía experimental y teoría de juegos, realizan un experimento de laboratorio, donde los participantes asumen el papel de AGENTE (gobernantes) y luego de PRINCIPALES (votantes), con el objetivo de evaluar cómo sus decisiones influyen en la acumulación de deuda y en el aumento o disminución del déficit fiscal.

El problema del Principal – Agente, se presenta en situaciones con información asimétrica, cuando una persona, el Principal, quiere inducir a otra, el Agente, a hacer algo que es costoso para este último. Aplicado al contrato fiscal, el problema del Principal – Agente, consiste en que los votantes buscan un sistema de incentivos retributivos, que induzcan a los gobernantes a tomar la mejor decisión desde el punto de vista del Principal. En este caso, los individuos traspasan a las personas elegidas el poder de decidir sobre las políticas fiscales, con el fin de que estos últimos gobiernen en favor de sus intereses y beneficios.

En un documento más antiguo, Vargas(1994) desde un ejercicio de juegos cooperativos hace un estudio de las interacciones estratégicas entre gobierno y un banco central independiente con objetivos divergentes. Determina las preferencias de cada uno de ellos, el BC asigna mayor importancia a la estabilidad de precios y al equilibrio en la balanza de pagos, mientras que el gobierno lo hace a objetivos como el empleo, el señoraje y la reducción del costo real de servir una deuda nominal. Dadas unas expectativas de gasto y moneda, el gobierno y el BC pueden afectar en un principio la inflación, la tasa de cambio real y el producto mediante política fiscal o monetaria, respectivamente, con el fin de maximizar su función objetivo. Es válido entonces representar la interacción entre

Gobierno y BC quienes fijarán su estrategia óptimamente, teniendo en cuenta la respuesta del otro y las expectativas del sector privado.

Habiendo hecho una revisión formal de la estructura de los modelos de Cooper (1990) y de Van Huyck, Raymond y Walters (2001), éste documento presenta los resultados del trabajo de investigación desarrollado bajo la metodología de la teoría de juegos, que resuelve el problema de interacción entre agentes involucrados en las decisiones de política tributaria (gobierno) y la respuesta en niveles de evasión (agentes privados). Este documento propone la ampliación del modelo básico de Cooper(1990) complementado bajo situaciones de incertidumbre, llegando a través de aportes metodológicos de Van Huyck, Raymond y Walters a soluciones de compromiso y reputación. También fueron usados planteamientos de Valencia(2004) respecto a la respuesta de los agentes privados en sus decisiones óptimas de evasión. Este documento entrega un aporte importante a la modelación no solo para Colombia sino para muchos países en los que el fenómeno de la *evasión* afecta en gran medida las finanzas públicas.

## **2.1 Marco Conceptual**

Es importante tener claridad con respecto a algunos conceptos aportados por Cooper; es por eso que se expone en este numeral los aspectos metodológicos básicos aportados por dicho autor.

Suponga un grupo de  $N$  agentes privados que controlan las variables ( $s$ ) ahorro y ( $n$ ) oferta laboral, simplificadas en un vector ( $x$ ), y un gobierno quien decide una política ( $\pi$ ). Se supone agentes privados idénticos, sin interacción entre ellos siendo suficiente considerar la interacción de un agente representativo y el gobierno. Las preferencias de los agentes privados y del gobierno están representadas por la función  $u(x, \pi)$

### *1. Solución cooperativa*

Tanto el gobierno como los agentes privados están de acuerdo con una elección ( $x, \pi$ ) y no hay ninguna probabilidad de desviación de lo convenido en la acción.

## 2. Solución de movimiento simultáneo

Cuando tanto el gobierno como los agentes toman la acción del otro como dada. Se define,  $\phi(x)$  Mejor Respuesta del gobierno ante el conjunto de estrategias  $(x)$  escogida por el agente representativo.

$\psi(\pi)$  Mejor Respuesta del agente representativo ante la estrategia  $(\pi)$  escogida por gobierno.

Solución de equilibrio  $(x^{**}, \pi^{**})$ . En donde  $x^{**} = \psi(\pi^{**})$ ,  $\pi^{**} = \phi(x^{**})$

## 3. Solución de compromiso

El gobierno juega primero comprometiéndose a mantener una política  $(\pi)$  antes de que el agente privado haga su elección. Allí el gobierno se anticipa a la respuesta del agente privado dado su conocimiento de la función  $\psi(\pi)$ .

La solución de compromiso es el par  $(x^*, \pi^*)$  tal que  $\pi^*$  es el resultado de la maximización  $u(\psi(\pi), \pi)$ .

## 4. Solución sin compromiso

El agente privado juega primero tomando la variable de decisión de política como dada, anticipándose a la respuesta del gobierno. La solución sin compromiso es igual a la solución de movimiento simultáneo a menos que exista un *problema de inconsistencia temporal*.<sup>4</sup>

## 5. Problema de inconsistencia temporal

Suponga que el gobierno juega primero eligiendo una política tributaria  $\pi$ . Si se le permitiera a éste re-optimizar después de conocer las elecciones de los agentes privados, y su elección es diferente de  $\pi$ , entonces existirá un problema de inconsistencia temporal. Esta puede evidenciarse cuando existe conflicto de intereses o en presencia de externalidades. El problema de inconsistencia temporal aparecerá si el gobierno cambia los

---

<sup>4</sup> Demostración *Proposición 1* Cooper (1990) "Coordination Games, Policy Government" Capítulo 7 Pag 137. Cambridge University Press.

incentivos en la decisión de carga tributaria sobre capital y trabajo a través del tiempo, o cuando se arrepiente de sus movimientos en el pasado.

### 3. EL MODELO

En la primera sección de este capítulo es presentado el modelo básico de *Cooper (1990)* "Política tributaria óptima sobre capital y trabajo", suponiendo agentes con información completa, sin conflicto de intereses, donde el gobierno maximiza la función de bienestar de los agentes privados que toman decisiones de ahorro y oferta laboral.

Queriendo hacer un análisis más cercano de la interacción real entre el gobierno y agentes privados, este documento propone en la sección 3.2 la ampliación del modelo, ahora en presencia de incertidumbre como un problema de asimetría en la información, cuando los agentes privados están incentivados a evadir impuestos teniendo capacidad de mentir acerca de sus ingresos por renta.

#### 3.1 Política Tributaria Óptima sobre Capital y Trabajo, Cooper(1990)

Se considera una economía con  $N$  agentes privados y *un* gobierno. Los agentes privados juegan en dos periodos, primero de ahorro en la juventud y el segundo para el financiamiento del consumo en la vejez. El gobierno a su vez debe financiar un nivel de gasto exógeno, con los ingresos que recibirá por impuestos al capital y al trabajo, dados en el vector  $\tau = ( \tau_k , \tau_n )$  maximizando la función de bienestar de los agentes privados restringida por la política tributaria.

Las *preferencias* de los agentes privados están representadas por la función de utilidad:

$$U(c_1, c_2, L-n) \tag{1}$$

Con  $c_t$  el consumo en el periodo  $t$ ;  $L$  la dotación de trabajo y  $n$  la oferta laboral

*Restringida* por:

$$c_1 + s = k_0 \quad (2)$$

$$c_2 = s(I+r)(1-\tau_k) + n(1-\tau_n) \quad (3)$$

Con  $\tau_k$  el impuesto a la renta;  $\tau_n$  el impuesto sobre el salario;  $s$  ahorro;  $r$  retorno del ahorro.  $c_1$  es financiado por la dotación  $k_0$  de renta por capital inicial suministrado a cada agente durante su juventud;  $c_2$  es financiado por el retorno del ahorro del periodo uno, y el retorno de trabajar durante el segundo periodo, menos los impuestos pagados al gobierno.

### 3.1.1. Solución de compromiso

El Gobierno juega primero eligiendo un nivel de carga tributaria en el vector de impuestos  $\tau = (\tau_k, \tau_n)$ , tomando como dadas las decisiones óptimas de ahorro y oferta laboral en el periodo dos del agente privado resumida por  $s(\tau)$ ,  $n(\tau)$ .

La capacidad de compromiso del gobierno radica en escoger una carga tributaria que maximice la utilidad indirecta  $V(\tau)$  del agente representativo dados los impuestos, y que esta medida sea tomada como una amenaza o promesa creíble.

Si el gobierno es capaz de alterar las decisiones de los agentes privados con respecto al ahorro y la oferta laboral, el resultado se llamará *equilibrio de Ramsey*. La asignación de compromiso es determinada implícitamente por las condiciones de primer orden para el gobierno y las decisiones de los agentes privados dadas en  $s(\tau)$ ,  $n(\tau)$ .

Condiciones de primer orden para el gobierno<sup>5</sup>:

$$U_2 \quad s(I+r) = \lambda [ s(I+r) + \tau_k s_k(I+r) + \tau_n n_k ] \quad (4)$$

$$U_2 \quad n = \lambda [ n + \tau_k s_n + \tau_n n_n ]$$

---

<sup>5</sup> (ver demostración en anexo 5.1)

Donde  $U_j$  es la derivada de la utilidad con respecto al  $j$ -ésimo argumento;  $\lambda$  es el multiplicador en la restricción del gobierno;  $s_j$ ,  $n_j$  son las derivadas del ahorro y oferta laboral para el factor  $j=k,n$

### 3.1.2. Solución en ausencia de compromiso

En contraste con lo anterior, el gobierno está en capacidad de cambiar a discreción la tasa de impuestos después de la elección en ahorro de los agentes privados, pero antes de su elección de oferta laboral. Es decir, en un resultado sin compromiso primero, los agentes privados toman las decisiones de ahorro, después el gobierno decide la carga tributaria y por último los agentes determinan la oferta laboral.

Recordando la literatura del *impuesto óptimo*: las tasas de impuesto son más altas cuando el suministro de un bien es inelástico. Así una vez es tomada la decisión de ahorro, el stock de capital para el segundo periodo está dado y el gobierno tendrá un incentivo para elevar los impuestos.

La posible desviación del *equilibrio de Ramsey* conduce al problema de inconsistencia temporal, donde el impuesto al capital será más alto y el salarial más bajo, alterando la conducta de los agentes privados para las siguientes rondas.

Por inducción hacia atrás

los agentes privados deciden la oferta laboral dada por  $n(\tau)$ .

el gobierno escoge un  $\tau$  que maximiza  $V(\tau)$

En contraste a la solución de compromiso, no habrá respuesta en el nivel de ahorro ante los cambios en impuestos.

$$U_2 s (1+r) = \lambda [ s(1+r) + \tau_n n_k ] \quad (5)$$

$$U_2 n = \lambda [ n + \tau_n n_n ]$$

Estos resultados diferentes a los de compromiso, muestran que el impuesto al capital será más alto y por tanto las tasas de ahorro serán más bajas, llevando a un nivel menor de bienestar para los agentes privados.

### 3.2 Información Asimétrica Respecto al Ingreso por Renta

Cuando los gobiernos no tienen acceso a información completa ni verídica respecto a los ingresos reales de los agentes privados, los resultados de la modelación básica de Cooper(1990) vista en el capítulo anterior, serán sensibles a variaciones cuando se agrega asimetría en la información. Este documento analiza el problema de incertidumbre dentro de la interacción entre un gobierno y agentes privados para el modelo Cooper(1990).

Suponiendo que el gobierno no posee información completa acerca del ingreso por renta de los agentes privados y que usa como recurso de política pedir que dichos agentes *declaren* cuál es su ingreso, el agente privado estará incentivado a no declarar el total de su ingreso real, sino solamente una porción de éste, evitando así parte del impuesto al tomar dicha decisión de evasión.

Sea

$Yk_t = s(1+r)$  Ingreso Real por renta del agente privado para el periodo  $t$ .

$\Phi Yk_t$  Declaración de ingresos del agente representativo, con  $\Phi \in (0,1)$  como una porción del ingreso real.

$(1 - \Phi) = e_t$  Evasión de impuesto a la renta

La elección del agente privado deberá definir la porción  $\Phi$  de declaración de renta óptima:

$$U(c_1, c_2, L-n) \quad c_1 + s = k_0 \quad c_2 = s(1+r) (1 - \tau_k) + n (1 - \tau_n)$$

$$\Phi^* = \begin{cases} 1 & \text{si } (1+r) (1 - \tau_k^e) > 1 & e_t^* = 0 \\ [0,1] & \text{si } (1+r) (1 - \tau_k^e) = 1 & 0 < e_t^* < 1 \\ 0 & \text{si } (1+r) (1 - \tau_k^e) < 1 & e_t^* = 1 \end{cases} \quad (6)$$

$\Phi^*$  como una primera solución simple de mejor respuesta<sup>6</sup>, el agente privado espera que el retorno de sus ahorros después de impuestos sea mayor que uno para declarar la totalidad de sus ingresos; entre cero y uno declarando sólo una porción de su ingreso real, o cero para decidir evadir la totalidad del impuesto por renta.

Paralelamente la elección de política del gobierno  $T(\tau, p, \varphi)$  dependerá tanto del vector de carga tributaria como de las medidas antievasión, determinando la probabilidad de descubrimiento y las multas impuestas a los evasores.

$p$	Probabilidad de ser descubierto
$1-p$	Probabilidad de no ser descubierto
$\varphi$	Multa al ser descubierto en evasión

El recaudo del gobierno será:

$$R = \{T(\tau_t, p, \varphi_t)\}_{t=1}^{\infty} \quad (7)$$

Con  $R$  Recaudo Total;  $\tau_t = (\tau_k, \tau_n)$  vector de impuestos;  $\varphi_t$  un recaudo adicional por multas a los agentes que han sido descubiertos en evasión. Subíndice dado para cada periodo en el tiempo  $t$ , periodos que pueden estar determinados como el curso de cada año tributario.

Suponiendo que el agente privado en el periodo dos, se enfrenta a un nivel de ingreso por renta afectado por la política gubernamental; tenemos:<sup>7</sup>

$$Yk_t^d = \underbrace{p[1 - \Phi_t \tau_k - \varphi_t \tau_k (1 - \Phi_t)]Yk_t}_{\text{Ingresos esperado cuando el contribuyente evade y es descubierto}} + \underbrace{(1 - p)[1 - \Phi_t \tau_k]Yk_t}_{\text{Ingresos esperado cuando el contribuyente no es descubierto en la evasión}} \quad (8)$$

<sup>6</sup> También llamada Equilibrio de Nash: “si para cada jugador  $i$ ,  $s_i^*$  es la mejor respuesta del jugador  $i$  a las estrategias  $(s_1^* \dots s_{i-1}^*, s_{i+1}^* \dots s_n^*)$  de los otros  $n-1$  jugadores” (\*,denota mejor respuesta). Tomado de Gibbons, R (1992); “Un Primer Curso de Teoría de Juegos” Cap 1. Pag 8. *Antoni Bosch Editor*

<sup>7</sup> Ecuación con estructura de teorías del crimen planteada en *Valencia(2004)*

Remplazando  $(1 - \Phi) = e_t$  se llega a:<sup>8</sup>

$$Yk_t^d = \{1 - \tau_k [1 - e_t (1 - p\varphi)]\} Yk_t \quad (9)$$

Para comprender el comportamiento del agente privado frente a la elección de evasión óptima se explica:

i) Si aumenta la carga tributaria, los agentes privados estarán incentivados a evadir

$$\frac{\partial e_t}{\partial \tau} > 0 \quad (10)$$

Dadas unas políticas gubernamentales claras acerca del control a la evasión se tiene:

ii) Si aumenta la probabilidad de descubrimiento, disminuirá el nivel de evasión.

$$\frac{\partial e_t}{\partial p} < 0 \quad (11)$$

iii) Si aumenta la multa impuesta al evasor descubierto, disminuirá el nivel de evasión

$$\frac{\partial e_t}{\partial \varphi} < 0 \quad (12)$$

Planteando así una alteración a la ecuación de restricción sobre el segundo periodo, dada en (3)<sup>9</sup>:

$$U(c_1, c_2, L-n) \quad \text{s.a} \quad c_1 + s = Yk_0 \quad c_2 = b s(1+r)(1 - \tau_k^e) + n(1 - \tau_n^e) \quad (3.1)$$

$$\text{Con} \quad b = \{1 - \tau_k [1 - e_t (1 - p\varphi)]\} \quad b < 1 \quad (13)$$

<sup>8</sup> (ver desarrollo en anexo 5.2)

<sup>9</sup> (ver desarrollo en anexo 5.3)

### 3.2.1. Solución de compromiso

El gobierno jugando primero elige una política  $T(\tau, p, \varphi)$  que toma como dada la respuesta del agente privado resumida por  $e(\tau, p, \varphi)$ ,  $s(\tau)$ ,  $n(\tau)$ , resolviendo y optimizando se llega a las condiciones de primer orden tipo Cooper así<sup>10</sup>:

$$U_2 \quad b \quad s \quad (1+r) = \lambda [b \quad s(1+r) + b \tau_k \quad s_k(1+r) + b_k \tau_k \quad s(1+r) + \tau_n \quad n_k] \quad (14)$$

$$U_2 \quad n = \lambda [n + b \tau_k \quad s_n + \tau_n \quad n_n]$$

Con  $b_k = \frac{\partial b}{\partial \tau_k}$

Suponiendo que el gobierno está en capacidad de comprometerse a un nivel de carga tributaria  $\tau^*$  y esta medida de política es una señal creíble, el agente privado podrá hacer su elección reemplazando el impuesto esperado por el impuesto determinado por la promesa del gobierno  $\tau^e = \tau^*$ .

Paralelamente la decisión del gobierno es escoger una tasa que maximice sus ingresos tributarios  $R$ ; en una función tipo Huyck, Battalio, Walters (2001) son incluidos los parámetros de incertidumbre sobre el recaudo así:

$$\max_{\tau \in [0,1]} \quad R = T(\tau, p, \varphi)(1+r) s(\tau) n(\tau) \quad (15)$$

Resolviendo, se llega a que la tasa de impuesto sobre la renta que maximiza el ingreso fiscal, manteniendo constantes  $p$  y  $\varphi$ , bajo compromiso es:

$$\tau^* = \frac{r}{1+r} \quad \text{Donde} \quad (1 - \tau^e)(1+r) = (1 - \frac{r}{1+r})(1+r) = 1$$

---

<sup>10</sup> (ver desarrollo en anexo 5.4)

Determinada por la credibilidad de las promesas del gobierno, las conjeturas del agente privado respecto a las políticas en situación de compromiso, son que éste mantendrá dicha tasa de impuesto y no la aumentará. Así el agente privado al observar la señal del gobierno que al asignar un impuesto correspondiente a la solución de compromiso, genera el agente privado responda positivamente a las políticas y con una solución de esquina en la ecuación (6) elija declarar la totalidad de su ingreso, es decir la evasión fiscal será igual a cero.

### 3.2.2 Solución en ausencia de compromiso

Un gobierno recaudador de impuestos, carente de recursos o con problemas deficitarios, estará incentivado a aumentar la carga tributaria, dado que posee la capacidad de no comprometerse irrevocablemente a mantener una tasa de impuestos anunciada, al desviarse de la solución de compromiso podrá escoger cualquier tasa  $\tau$  a su *discreción*.

Inicialmente para una solución tipo Cooper (1990) los agentes privados primero toman las decisiones de ahorro y nivel de evasión tomando como dado un nivel esperado de carga tributaria, después el gobierno decide  $T(\tau, p, \varphi)$  y por último los agentes determinan la oferta laboral.

Por inducción hacia atrás;

i) los agentes privados deciden la oferta laboral dada por  $n(\tau)$ .

ii) el gobierno escoge un  $T(\tau, p, \varphi)$

Como no hay respuesta del nivel de ahorro ante cambios en los impuestos, las condiciones de primer orden tipo Cooper serán :

$$U_2 [b s (1+r)] = \lambda [b s (1+r) + b_k \tau_k s (1+r) + \tau_n n_k] \quad (16)$$

$$U_2 n = \lambda [n + \tau_n n_n]$$

En la solución tipo Huyck, Battalio, Walters (2001) el gobierno podrá escoger cualquier tasa  $\tau$  a su *discreción*, elección que maximiza su recaudo, dados los niveles de ahorro.

$$\max_{\tau \in [0,1]} R = T(\tau, p, \varphi)(1+r) + s \bar{n}(\tau) \quad (17)$$

La función de mejor respuesta lineal para el gobierno.

$$\tau' = \begin{cases} 1 & \text{si } \tau(1+r) s \bar{n}(\tau) > 0 \\ [0,1] & \text{si } \tau(1+r) s \bar{n}(\tau) = 0 \end{cases} \quad (18)$$

Cuando  $\tau' = 1$  es una estrategia dominante débil, en presencia de *discreción*, el gobierno tendrá incentivos para expropiar al agente privado. Mientras que si el agente privado es incrédulo ante las políticas gubernamentales y prevé dicha situación, usará la función  $\tau'$  para formar sus expectativas acerca de  $\tau$  en los siguientes periodos, reemplazando  $\tau' = 1$  por  $\tau^e$  en la función de mejor respuesta (6)

$$\Phi' = 0 \quad \text{si } (1+r)(1-\tau_k^e) < 1 \quad e_t' = 1$$

Es así como el agente privado, cuando sus conjeturas acerca del comportamiento del gobierno son a *discreción*, elige declarar cero ingresos por renta evadiendo la totalidad del impuesto.

La combinación  $(\tau', \Phi')$  es el único equilibrio seleccionado por dominación débil iterada en el juego bajo *discreción*. La solución discrecional es Pareto-débil inferior a la solución por compromiso.

#### 3.2.4. Reputación

Pensando en la interacción entre gobierno y agentes privados como un juego dinámico, se asume que quienes toman las decisiones de política tributaria son burócratas quienes prefieren mantenerse en el poder por varios periodos electorales y desean que sus reformas políticas sean aceptadas con confianza. “El tema central de todo juego dinámico es el de la credibilidad, cuando las amenazas o promesas sobre el comportamiento futuro pueden

influir sobre el comportamiento presente en situaciones que se repiten en el tiempo” (Gibbons 1992, Pag 80). En este tipo de situaciones los mecanismos de penalización a los gobernantes es la pérdida de reputación y de credibilidad cuando incumplen sus promesas.

Existe entonces una distribución de probabilidad que explica la posibilidad de continuar en el juego (ser reelegido o mantenerse en el cargo), o salir de él.

$\delta$  Probabilidad de seguir en el juego

$1-\delta$  Probabilidad de terminar el juego

Suponiendo inicialmente que el gobierno posee unas políticas antievasionistas ineficientes y por lo tanto no descubre a los evasores, pierde el monto de la evasión sin que esta sea recuperada con las multas.

El incentivo del gobierno para tomar una política a discreción, donde se expropiara al agente privado es  $(1-\tau)(1+r)sn(\tau)$ , igual al recaudo obtenido en la solución en ausencia de compromiso expuesta en el numeral anterior; ocasionando que el agente privado declare ingresos iguales a cero en periodos siguientes evadiendo la totalidad del impuesto; y el gobierno recibiere cero réditos.

Así el costo de expropiación en un primer periodo será:  $\tau(1+r)sn(\tau)\frac{\delta}{1-\delta}$ ; que es el impuesto perdido en los ingresos fiscales del gobierno por el número de periodos que permanece en el juego.

En el equilibrio por reputación, el costo de expropiación debe ser mayor o igual que el incentivo de expropiar:

$$(1-\tau)(1+r)sn(\tau) \leq \tau(1+r)sn(\tau)\frac{\delta}{1-\delta} \quad (19)$$

simplificado en

$$\frac{1-\tau}{\tau} \leq \frac{\delta}{1-\delta}$$

condición que da el límite inferior para una la política tributaria creíble.

$$\tau^{\min} \geq \tau = 1-\delta \quad (20)$$

Junto con las condiciones de inversión individual racional de los agentes privados (resumida en (6)), se completa el límite superior de política bajo reputación.

$$\tau \leq \tau^{\max} = \frac{r}{1+r} \quad (21)$$

Llegando finalmente al intervalo de política tributaria óptima en reputación, está dado por:

$$\tau^{\min} = 1-\delta \leq \tau \leq \frac{r}{1+r} = \tau^{\max} \quad (22)$$

Al recordar que esta solución está planteada desde el supuesto de ineficiencia en las políticas antievasionistas del gobierno, cabe entonces agregar que si dicho gobierno desea aumentar sus réditos tributarios deberá plantearse un cambio radical en dichas políticas; muchas veces incurriendo en costos elevados, tanto en investigación como en el control del cumplimiento de sus políticas.

### 3.2.5. Equilibrio Secuencial

En la elección de políticas públicas por lo general el gobierno toma una decisión y esta debe ser informada al resto de la economía, es por eso que se puede afirmar que el gobierno es el primer jugador cuando este problema es visto como un juego secuencial.

Es necesario entonces complementar el análisis con juegos de señalización y equilibrios secuenciales.

Usualmente la ventaja de la información la tiene el gobierno quien posee información privilegiada respecto a las políticas antievasión a través de la historia y anteriores periodos de reformas tributarias; mientras que los agentes privados deben formar conjeturas acerca de la distribución de probabilidad que determine posibilidad de ser descubiertos y multados en el caso de evasión.

Las estrategias de los jugadores están dadas por:

$$S_{gob} = \{\tau = 1, \tau(0,1), \tau = 0\} \quad (22)$$

$$S_{Ap} = \{e_t = 1, e_t(0,1), e_t = 0\} \quad (24)$$

$S_{gob}$  i)  $\tau = 1$  El gobierno expropia al agente privado cobrando una tasa de impuesto muy alta o igual a uno.

ii)  $\tau(0,1)$  El gobierno impone un impuesto intermedio entre cero y uno

iii)  $\tau = 0$  El gobierno no cobra ningún impuesto

$S_{Ap}$  i)  $e_t = 1$  El agente privado decide evadir la totalidad del impuesto declarando cero ingresos por renta.

ii)  $e_t(0,1)$  El agente privado declara solamente una porción de su ingreso por renta, evadiendo parte del impuesto.

iii)  $e_t = 0$  El agente privado declara la totalidad de su ingreso y no evade el impuesto.

*Determinación de tipos:* El gobierno (agente con información privilegiada) puede ser de dos tipos:

$t_1$ : gobierno con política antievasionista eficiente

$t_2$ : gobierno con política antievasionista débil

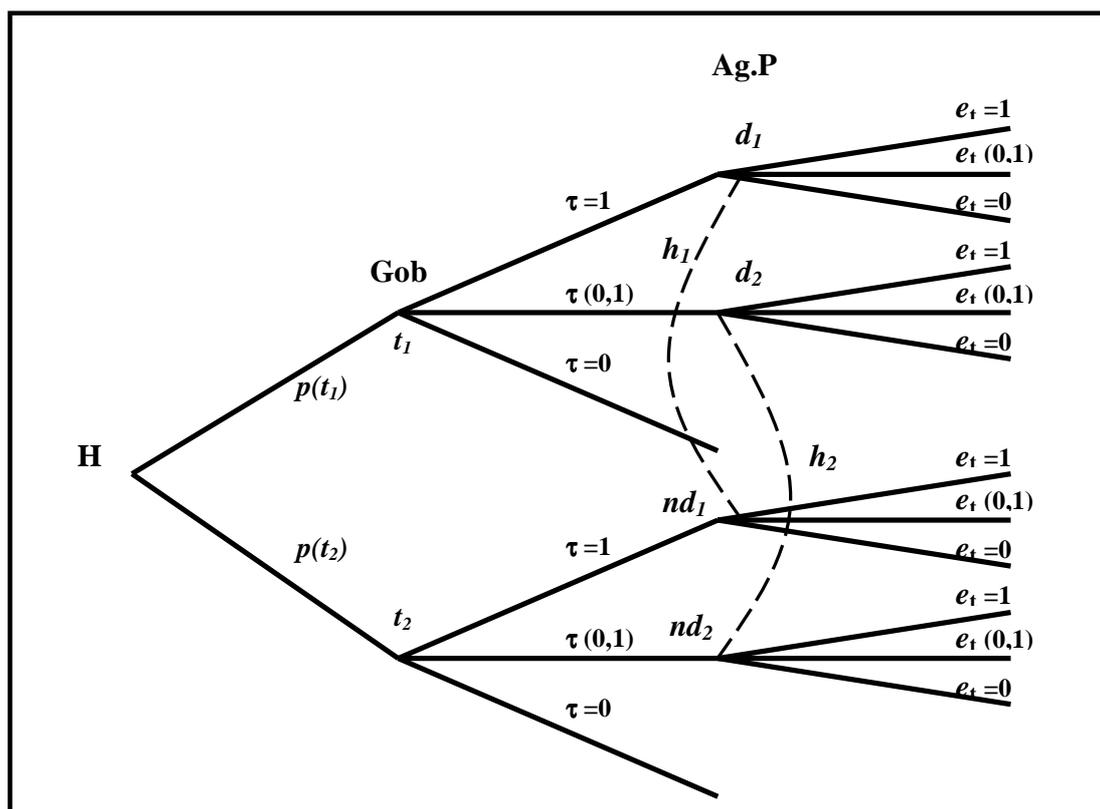
El jugador *Naturaleza* en juegos secuenciales tradicionales es quien determina la distribución de probabilidad, en éste juego es la “Historia” de las políticas antievasionistas

y políticas tributarias de años anteriores quien actúan como jugador naturaleza. Determinando:

- i)  $p(D)$  Probabilidad de ser descubierto en la evasión, donde el agente privado se enfrenta a un gobierno tipo uno  $p(D)=p(t_1)$  definida por la incertidumbre de los agentes privados acerca del tipo del gobierno.
- ii)  $p(ND)=1-p(D)$  Probabilidad de no ser descubierto en la evasión, donde el agente privado se enfrenta a un gobierno tipo dos  $p(ND)=p(t_2)$ .

El desarrollo temporal del juego es el siguiente:

1. La Historia de las políticas antievasionistas en  $t-1$  determina la capacidad del gobierno para descubrir a los evasores.
2. El gobierno (quien posee información privilegiada acerca de la historia de la política) elige un nivel de carga tributaria a imponer al contribuyente
3. Los agentes privados observan la carga tributaria impuesta por el gobierno pero no su capacidad para descubrirlos en caso de evasión. Estos deberán formar conjeturas acerca de la probabilidad de enfrentarse a algún *tipo* del gobierno  $p(t_i)$ .
4. Los agentes privados eligen su nivel de evasión. Se determinan los pagos para ambos agentes.



**Figura 1 -Juego de señalización en forma extensa-**

Cuando llega el momento de elección de los agentes privados en el numeral tres del desarrollo del juego, todo lo que conocen dichos agentes es que han llegado a un conjunto de información, conjunto de información determinado por la decisión del gobierno respecto a la tasa de impuesto, sin conocer en qué nodo se encuentran.

Es decir, en el caso en el que el gobierno escoge un  $\tau$  alto cercano o igual a uno, el agente privado observa la elección del gobierno y se ubica en el conjunto de información  $h_1$ , pero no conoce en qué nodo se encuentra: si en el nodo  $d_1$ , donde será descubierto si su elección es evadir, o en el nodo  $nd_1$ , donde no será descubierto.

En el caso en el que el gobierno escoge un  $\tau$  medio entre cero y uno, el agente privado observa la elección del gobierno y se ubica en el conjunto de información  $h_2$ ; no conoce en qué nodo se encuentra, si en el nodo  $d_2$ , donde será descubierto si su elección es evadir, o en el nodo  $nd_2$ , en el que no será descubierto.

Si la elección del gobierno es no cobrar impuestos, es decir un  $\tau$  igual a cero; el juego se cierra, el agente privado no se enfrenta a la decisión de evasión.

El agente privado deberá entonces formar sus conjeturas, conjeturas que describen la incertidumbre con respecto a los posibles tipos del gobierno, acerca del nodo en el que se encuentra dentro de su conjunto de información:

$$\left. \begin{array}{l} p(\text{nodo } d_1 / \tau = 1) \\ p(\text{nodo } nd_1 / \tau = 1) \end{array} \right\} \text{ Para el conjunto de información } h_1$$

$$\left. \begin{array}{l} p(\text{nodo } d_2 / \tau(0,1)) \\ p(\text{nodo } nd_2 / \tau(0,1)) \end{array} \right\} \text{ Para el conjunto de información } h_2$$

Desarrollar una solución en este tipo de juegos, implica la aplicación de la regla de Bayes, para encontrar los equilibrios Bayesianos perfectos.

“La regla de Bayes es una fórmula para calcular probabilidades condicionadas  $P(A/B)$ ; probabilidad de que un suceso  $A$  ocurra dado que el suceso  $B$  ha ocurrido ya. Sean  $P(A)$ ,  $P(B)$  y  $P(A,B)$  las probabilidades de que ocurra  $A$ , ocurra  $B$ , y que ambas ocurran respectivamente.

La regla de Bayes establece que  $P(A/B)=P(A,B)/P(B)$ ; es decir, la probabilidad condicional de que se de  $A$  es igual a la probabilidad de que se den tanto  $A$  como  $B$ , dividida por la probabilidad a priori de que ocurra  $B$ .” (Gibbons 1992, Pag 149)

Para el juego entre gobierno y agentes privados, la formación de conjeturas responde a ésta estructura, al ser necesario calcular la probabilidad de ser descubierto en evasión, dado que el gobierno ha decidido de antemano una carga tributaria.

Como se puede notar la formación de estrategias de ambos jugadores, el espacio  $(0,1)$  de decisión, abre un conjunto de infinitas estrategias, generando a su vez soluciones infinitas. Es por eso que a continuación se propone un ejercicio planteando un espacio de estrategias de solo dos elementos para cada agente, que hace viable la solución en equilibrios secuenciales, a través del uso de la regla de Bayes.

### Planteando un ejercicio

Suponga un gobierno que debe realizar su plan financiero anual, éste depende de:

- Ingresos  $(T) = \tau \cdot Y_{kt}$  (*Impuestos por renta cobrados a los agentes privados*)
- Gastos  $(G) = \text{Gastos Administrativos} + \text{Gasto en Bienes Públicos}$
- Más los ingresos por multas cobradas a los evasores descubiertos

En presencia de evasión cuando el gobierno no alcanza el recaudo esperado debe recurrir a deuda pública para cubrir gastos fijos como los administrativos (suponiendo planeación de gastos administrativos altos cuando se esperan ingresos elevados en la imposición de

impuestos altos) debiendo pagar una tasa de interés  $r$  y no cubrir el gasto en bienes públicos.

La utilidad del gobierno estará representada por:

$$U_{Gob} = f(T, G, r, \varphi) \quad (25)$$

$$\text{con } \frac{\partial U_{Gob}}{\partial T} > 0; \frac{\partial U_{Gob}}{\partial G} > 0; \frac{\partial U_{Gob}}{\partial r} < 0; \frac{\partial U_{Gob}}{\partial \varphi} > 0$$

A su vez los pagos de los agentes privados dependen de:

- Ingresos por renta  $Y_{kt}$
- Menos pago de impuestos  $\tau \cdot Y_{kt}$
- Más la valoración de bienes públicos en su bienestar
- Menos multas si son descubiertos en evasión.

La utilidad del agente privado estará representada por:

$$U_{Ag.P} = f(Y_{kt}, \tau, G_{B.P}, \varphi) \quad (26)$$

$$\text{con } \frac{\partial U_{Ag.P}}{\partial Y_{kt}} > 0; \frac{\partial U_{Ag.P}}{\partial G_{B.P}} > 0; \frac{\partial U_{Ag.P}}{\partial \tau} < 0; \frac{\partial U_{Ag.P}}{\partial \varphi} < 0$$

Definiendo las estrategias de los jugadores se tiene:

$$S_{gob} = \{ \tau_{altos}, \tau_{bajos} \}$$

$$S_{Ap} = \{ e_t, ne_t \}$$

- $S_{gob}$     *i)* Cobrar impuestos altos  
           *ii)* Cobrar impuestos bajos

- $S_{Ap}$     *i)* Evadir  
           *ii)* No evadir

### *Ordenación de preferencias*

*Gobierno :*

$$(\tau_{altos}, ne_t) \succ (\tau_{bajos}, ne_t) \succ (\tau_{bajos}, e_t) \succ (\tau_{altos}, e_t)$$

Cuando los agentes privados no evaden, el gobierno prefiere mayores ingresos generados por impuestos altos a ingresos menores generados por impuestos bajos (es allí donde el gobierno no tendrá que recurrir a costosa deuda pública). En presencia de evasión el gobierno prefiere impuestos bajos a impuestos altos cuando el costo de la deuda es mayor debido a la planeación de gastos administrativos fijos mayores.

*Agentes Privados :*

Frente a un Gobierno  $t_1$

$$(\tau_{bajos}, ne_t) \succ (\tau_{altos}, ne_t) \succ (\tau_{bajos}, e_t) \succ (\tau_{altos}, e_t)$$

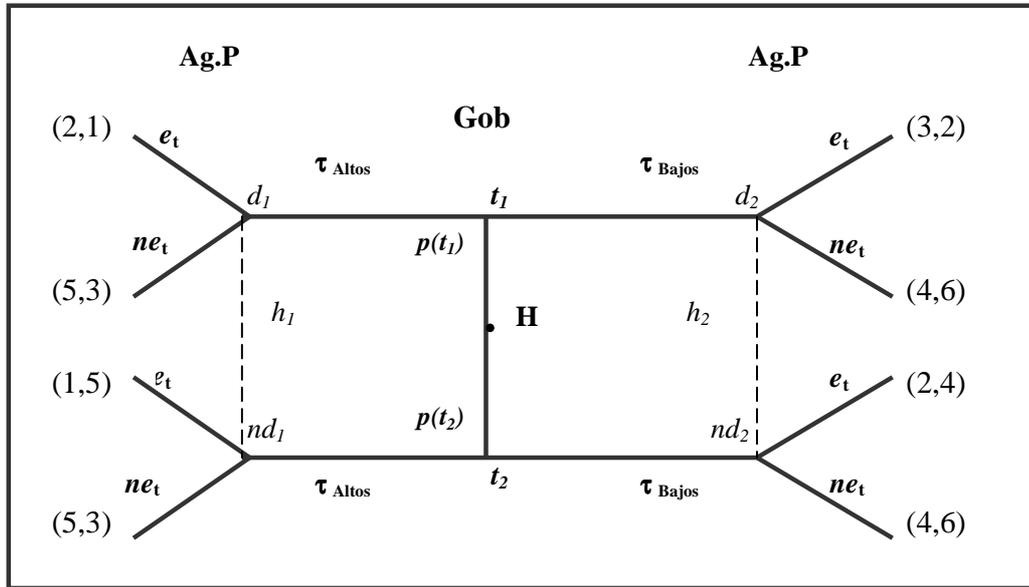
Impuestos bajos sin evasión es la combinación más preferida dada la valoración positiva de bienes públicos en el bienestar de los agentes privados. Mientras que impuestos altos, cuando se es descubierto en evasión dado que es cargado con una multa alta es la combinación menos preferida.

Frente a un Gobierno  $t_2$

$$(\tau_{bajos}, ne_t) \succ (\tau_{altos}, e_t) \succ (\tau_{bajos}, e_t) \succ (\tau_{altos}, ne_t)$$

Cuando el agente privado no es descubierto en evasión, la combinación menos preferida será pagar impuestos altos.

Ordenación de preferencias que puede ser representada con pagos; pagos dados en los paréntesis de el árbol de la *figura 2*.



**Figura 2 – Juego en forma extensa - ejercicio**

Primer Equilibrio Separador

Supongamos un equilibrio en el cual la estrategia del gobierno tipo uno es elegir  $\tau_{Altos}$  y la estrategia del gobierno tipo dos es imponer  $\tau_{Bajos}$ , es decir el gobierno revela su tipo con la elección.

$$p(\tau_{Altos} / t_1) = 1 \quad p(\tau_{Altos} / t_2) = 0$$

Mientras que el agente privado debe hacer sus conjeturas y determinar

$$p(\text{nodo } d_1 / \tau_{Altos}) \quad p(\text{nodo } nd_1 / \tau_{Altos})$$

dentro del conjunto de información  $h_1$  correspondiente a  $\tau_{Altos}$ .

Y determinar :

$$p(\text{nodo } d_2 / \tau_{Bajos}) \quad p(\text{nodo } nd_2 / \tau_{Bajos})$$

dentro del conjunto de información  $h_2$  correspondiente a  $\tau_{Bajos}$

Determinado por la regla Bayesiana

$$p(t_1 / \tau_{Altos}) = \frac{p(t_1) \cdot p(\tau_{Altos} / t_1)}{p(\tau_{Altos})} \quad (27)$$

Se resuelve:

$$p(t_1 / \tau_{Altos}) = 1$$

$$p(t_2 / \tau_{Altos}) = 0$$

Donde la probabilidad de descubrimiento dado que los impuestos son altos es igual a uno.

Siguiendo con la comparación entre las utilidades esperadas para cada posible estrategia del agente privado, se llega a la relación  $UE_{Ap}(\tau_{Altos} / \gamma; e_t) < UE_{Ap}(\tau_{Altos} / \gamma; ne_t)$  ( $1 < 3$ ) y el agente privado elige  $ne_t$  cuando los  $\tau_{Altos}$ .

Paralelamente el agente privado enfrentado a impuestos bajos, determina su conjetura por regla Bayesiana

$$p(t_1 / \tau_{Bajos}) = \frac{p(t_1) \cdot p(\tau_{Bajos} / t_2)}{p(\tau_{Bajos})} \quad (28)$$

Se resuelve:

$$p(t_1 / \tau_{Bajos}) = 0$$

$$p(t_2 / \tau_{Bajos}) = 1$$

Donde la probabilidad de enfrentarse a un gobierno tipo uno y ser descubrimiento en la evasión cuando los impuestos son bajos es igual a cero.

Nuevamente evaluando los pagos, ahora ante impuestos bajos se llega a que la  $UE_{Ap}(\tau_{Bajos} / \gamma; e_t) < UE_{Ap}(\tau_{Bajos} / \gamma; ne_t)$  ( $4 < 6$ ) donde el agente privado elige  $ne_t$  frente a  $\tau_{Bajos}$ .

Queda por comprobar si la estrategia del gobierno es óptima dada la estrategia del agente privado al no evadir.

- i) Si el gobierno  $t_1$  se desviara eligiendo impuestos bajos, el pago sería 4, menor a 5 que recibe por elegir impuestos altos.
- ii) Si el gobierno  $t_2$  se desviara a cobrar impuestos altos, la mejor respuesta del agente privado será evadir y el pago para el gobierno  $t_2$  sería de uno, menor a 4, alcanzado manteniéndose en la decisión de  $\tau_{Bajos}$  de este equilibrio.

Es así como se ha llegado *al equilibrio Bayesiano perfecto*, donde sólo gobiernos tipo uno cobran impuestos altos, mientras que los gobiernos con políticas antievasionistas ineficientes se mantendrán cobrando impuestos bajos.

### Segundo Equilibrio Separador

Supongamos un equilibrio contrario al anterior donde la estrategia del gobierno tipo uno es elegir  $\tau_{Bajos}$  y la estrategia del gobierno tipo dos es imponer  $\tau_{Altos}$ .

$$p(\tau_{Bajos} / t_1) = 1 \qquad p(\tau_{Bajos} / t_2) = 0$$

El agente privado deberá determinar sus conjeturas acerca del nodo en el que se encuentra para cada conjunto de información, de la misma forma que en el equilibrio anterior.

Usando la regla Bayesiana descrita en (28) se resuelve:

$$p(t_1 / \tau_{Bajos}) = 1$$

$$p(t_2 / \tau_{Bajos}) = 0$$

Donde la probabilidad de enfrentarse a un gobierno tipo uno y ser descubrimiento en la evasión cuando los impuestos son bajos es igual uno.

Comparando las utilidades esperadas ante cada posible estrategia del agente privado la

$$UE_{Ap}(\tau_{Bajos} / \gamma; e_t) < UE_{Ap}(\tau_{Bajos} / \gamma; ne_t) \quad (2 < 6) \text{ el agente privado elige } ne_t \text{ cuando los } \tau_{Bajos}.$$

Mientras que frente a impuestos altos el agente, por regla Bayesiana descrita en (27) resuelve:

$$p(t_1 / \tau_{\text{Altos}}) = 0$$

$$p(t_2 / \tau_{\text{Altos}}) = 1$$

La probabilidad de enfrentarse a un gobierno tipo uno y ser descubrimiento en la evasión cuando los impuestos son altos es igual a cero.

Las utilidades esperadas ante cada posible estrategia del agente privada determinan

$$UE_{Ap}(\tau_{\text{Altos}}/\gamma; e_t) > UE_{Ap}(\tau_{\text{Altos}}/\gamma; ne_t) \quad (5 > 3)$$
 el agente privado elige  $e_t$  cuando los  $\tau_{\text{Altos}}$ .

Es decir el agente privado que se enfrenta a un gobierno tipo dos con políticas antievasionistas ineficientes, sabe que su mejor elección es evadir dado que no será descubierto y multado en evasión.

Comprobando si las estrategias del gobierno son óptimas dadas las estrategia del agente privado. Se tiene:

- i) Si el gobierno  $t_1$  se desviara eligiendo impuestos altos, conociendo que la mejor respuesta del agente privado es  $ne_t$ , el pago sería 5 menor a 4 que recibe por elegir impuestos bajos, es decir el gobierno tipo uno se desviará a escoger impuestos altos.
- ii) Si el gobierno  $t_2$  se desviara a cobrar impuestos bajos, la mejor respuesta del agente privado será no evadir, donde el pago para el gobierno  $t_2$  sería de 4, mayor 1 alcanzado manteniéndose en la decisión de  $\tau_{\text{Altos}}$  de este equilibrio.

Este entonces no es un equilibrio bayesiano sostenible, lo que se puede interpretar como un *problema de inconsistencia temporal* donde ambos tipos de gobierno se desviarán de su elección inicial.

Para completar el desarrollo de equilibrios secuenciales hace falta evaluar qué sucede cuando tanto el gobierno tipo uno, como el tipo dos, eligen la misma carga tributaria y el agente privado no puede inferir con dicha señal cuál es el tipo de gobierno al que se

enfrenta. Evaluando dos casos, uno en el que el jugador naturaleza o la historia de las reformas tributarias en periodos anteriores determinan una probabilidad de descubrimiento menor a la de no descubrimiento y el caso contrario donde la probabilidad de descubrimiento es eficiente .

**Caso 1:**

$p(D) < p(ND)$  Probabilidad de descubrimiento en evasión menor a la de no descubrimiento.

Supongamos inicialmente que la historia de las políticas antievasionistas y reformas tributarias previas determinan la probabilidad de descubrimiento ante un evasor, así:

$$p(D)=0.3 \quad p(ND)=0.7$$

Primer Equilibrio Agrupador en  $\tau_{Altos}$  (C1):

Supongamos un equilibrio en el cual la estrategia del gobierno tipo uno y tipo dos es imponer impuestos altos

$$p(\tau_{Altos} / t_1)=1 \quad p(\tau_{Altos} / t_2)=1$$

Mientras que el agente privado debe hacer sus conjeturas y determinar la

$$p(\text{nodo } d_1 / \tau_{Altos}) \quad p(\text{nodo } nd_1 / \tau_{Altos})$$

dentro del conjunto de información  $h_1$  correspondiente a  $\tau_{Altos}$ .

Determinado por la regla Bayesiana (27)

Tenemos:

$$p(t_1 / \tau_{Altos})=0.3$$

$$p(t_2 / \tau_{Altos})=0.7$$

El agente privado evalúa sus utilidades esperadas

$$UE_{Ap}(\tau_{Altos}/\gamma; e_t) = 0.3*(1)+0.7*(5) = 3.8$$

$$UE_{Ap}(\tau_{Altos}/\gamma; ne_t) = 0.3*(3)+0.7*(3) = 3$$

Dado que  $UE_{Ap}(\tau_{Altos}/\gamma; e_t) > UE_{Ap}(\tau_{Altos}/\gamma; ne_t)$  el agente privado elige  $e_t$  cuando los  $\tau_{Altos}$  y la probabilidad de descubrimiento es menor que la de no descubrimiento.

Mientras el gobierno sabiendo que mantiene una política antievasionista débil, tanto el gobierno tipo uno como el tipo dos pueden obtener un pago mayor eligiendo  $\tau_{Bajos}$ , puesto que la mejor respuesta del agente privado a  $\tau_{Bajos}$  es  $ne_t$ . Esto implica que no existe un equilibrio bayesiano perfecto agrupado en  $\tau_{Altos}$ . Ubicándose en un segundo problema de *inconsistencia temporal*, cuando el gobierno al revisar sus estrategias se desvía de la decisión inicial.

Segundo Equilibrio Agrupador en  $\tau_{Bajos}$  (C1):

Supongamos un equilibrio en el cual la estrategia del gobierno tipo uno y tipo dos es imponer impuestos bajos

$$p(\tau_{Bajos} / t_1) = 1 \quad p(\tau_{Bajos} / t_2) = 1$$

Mientras que el agente privado debe hacer sus conjeturas y determinar la

$$p(\text{nodo } d_1 / \tau_{Bajos}) \quad p(\text{nodo } nd_1 / \tau_{Bajos})$$

dentro del conjunto de información  $h_2$  correspondiente a  $\tau_{Bajos}$ .

Determinado por la regla Bayesiana (28)

Tenemos:

$$p(t_1 / \tau_{Bajos}) = 0.3$$

$$p(t_2 / \tau_{Bajos}) = 0.7$$

El agente privado evalúa sus utilidades esperadas

$$UE_{Ap}(\tau_{Bajos} / \gamma; e_t) = 0.3*(2) + 0.7*(4) = 3.4$$

$$UE_{Ap}(\tau_{Bajos} / \gamma; ne_t) = 0.3*(6) + 0.7*(6) = 6$$

Eligiendo  $ne_t$  cuando los  $\tau_{Bajos}$  y la probabilidad de descubrimiento es menor que la de no descubrimiento.

El gobierno tipo dos evalúa si desviándose a escoger  $\tau_{Altos}$  puede obtener un pago mayor, dado que la mejor respuesta del agente privado a  $\tau_{Altos}$  es  $e_t$  cuando se enfrenta a un gobierno tipo dos este recibiría 1, pago menor a cuatro que obtiene manteniéndose con impuestos bajos, es decir el gobierno tipo dos no se desvía. En cambio, el gobierno tipo uno al evaluar cómo responden los agentes privados a  $\tau_{Altos}$  encuentra en la senda de equilibrio que el agente privado no evade, el gobierno obtendrá 5 mayor a 4 que obtiene en este punto. Nos encontramos con que no existe un equilibrio Bayesiano perfecto agrupado en  $\tau_{Bajos}$  cuando el gobierno tipo uno está incentivado a desviarse.

### Caso 2:

$p(D) > p(ND)$  Probabilidad descubrimiento en evasión mayor a la de no descubrimiento.

Contrastando con el caso anterior, se propone el caso contrario donde la probabilidad de descubrimiento del evasor es mayor a la de no descubrimiento, así:

$$p(D)=0.8 \quad p(ND)=0.2$$

#### Primer Equilibrio Agrupador en $\tau_{Altos}$ (C2):

Supongamos un equilibrio en el cual la estrategia del gobierno tipo uno y tipo dos es imponer impuestos altos

$$p(\tau_{Altos} / t_1)=1 \quad p(\tau_{Altos} / t_2)=1$$

Mientras que el agente privado debe hacer sus conjeturas y determinar la

$$p(\text{nodo } d_1 / \tau_{Altos}) \quad p(\text{nodo } nd_1 / \tau_{Altos})$$

dentro del conjunto de información  $h_1$  correspondiente a  $\tau_{Altos}$ .

Determinado por la regla Bayesiana (27) tenemos:

$$p(t_1 / \tau_{Altos})=0.8$$

$$p(t_2 / \tau_{Altos})=0.2$$

El agente privado evalúa sus utilidades esperadas

$$UE_{Ap}(\tau_{Altos}/\gamma; e_t) = 0.8*(1)+0.2*(5) = 1.8$$

$$UE_{Ap}(\tau_{Altos}/\gamma; ne_t) = 0.8*(3)+0.2*(3) = 3$$

Dado que  $UE_{Ap}(\tau_{Altos}/\gamma; e_t) < UE_{Ap}(\tau_{Altos}/\gamma; ne_t)$  el agente privado elige  $ne_t$  cuando los  $\tau_{Altos}$ .

El gobierno deberá evaluar si su política es óptima y sostenible, así:

El gobierno tipo uno evalúa qué resultaría si se desvía y escoge impuestos bajos, obteniendo un pago 4 menor al pago por la elección anterior, el gobierno tipo uno no se desvía. Mientras que el gobierno tipo dos no puede sostener por muchos periodos la elección de impuestos altos, si las conjeturas del agente privado cambian en el tiempo, en el caso de conjeturas con  $p(D/\tau_{Altos}) < 0.5$  la elección óptima del agente privado será evadir, y el gobierno tipo dos recibirá un pago de 1 menor al pago 4 que recibe por elegir impuestos bajos.

Cuando el gobierno se desvía de su elección inicial aparte de ser un *problema de inconsistencia temporal*, este no será un equilibrio bayesiano sostenible.

Segundo Equilibrio Agrupador en  $\tau_{Bajos}$  (C2):

Supongamos un equilibrio en el cual la estrategia del gobierno tipo uno y tipo dos es imponer impuestos bajos

$$p(\tau_{Bajos} / t_1) = 1 \quad p(\tau_{Bajos} / t_2) = 1$$

Mientras que el agente privado debe hacer sus conjeturas y determinar la

$$p(\text{nodo } d_1 / \tau_{Bajos}) \quad p(\text{nodo } nd_1 / \tau_{Bajos})$$

dentro del conjunto de información  $h_2$  correspondiente a  $\tau_{Bajos}$ .

Determinado por la regla Bayesiana (28) tenemos:

$$p(t_1 / \tau_{Bajos}) = 0.8$$

$$p(t_2 / \tau_{Bajos}) = 0.2$$

El agente privado evalúa sus utilidades esperadas

$$UE_{Ap}(\tau_{Bajos}/\gamma; e_t) = 0.8*(2)+0.2*(4) = 2.4$$

$$UE_{Ap}(\tau_{Bajos}/\gamma; ne_t) = 0.8*(6)+0.2*(6) = 6$$

Elige  $ne_t$  cuando los  $\tau_{Bajos}$  y la probabilidad de descubrimiento es mayor que la de no descubrimiento.

El gobierno tipo dos evalúa si desviándose a escoger  $\tau_{Altos}$  puede obtener un pago mayor, dado que la mejor respuesta del agente privado a  $\tau_{Altos}$  es  $e_t$  el gobierno tipo dos recibiría 1, pago menor a cuatro que obtiene sosteniéndose en impuestos bajos, es decir no se desvía. En cambio, el gobierno tipo uno al evaluar cómo responden los agentes privados a  $\tau_{Altos}$  encuentra en la senda de equilibrio que el agente privado no evade, el gobierno obtendrá 5 mayor a 4 que obtiene en este punto. Nos encontramos con que no existe un equilibrio Bayesiano perfecto agrupador en  $\tau_{Bajos}$ .

#### **4. CONCLUSIONES**

Mediante la aplicación de las herramientas metodológicas de la teoría de juegos, este trabajo intenta modelar la interacción entre agentes privados y un gobierno que toma decisiones de política tributaria. Al haber tomado como punto de partida el modelo de Cooper (1990), he investigado los efectos de introducir asimetría en la información.

Al suponer un gobierno que se enfrenta a la necesidad de pedir que los agentes privados de la economía *declaren* sus ingresos por renta, y estos últimos están incentivados a evadir la carga tributaria impuesta declarando sólo una porción de su ingreso real, el gobierno recurre a políticas antievasionistas con el fin de recuperar el recaudo perdido en la evasión. Se determina una *probabilidad de descubrimiento* junto con unas *multas* dadas por la efectividad de dichas políticas.

A diferencia del modelo básico de Cooper (1990) en el que no existen problemas de información, la propuesta aquí presentada supone que las políticas antievasionistas afectan

el ingreso disponible de los agentes privados en distintos periodos de tiempo. El ingreso disponible dependerá ahora de la *probabilidad de descubrimiento* y del monto de la *multa* cobrada al evasor. Así mismo, el agente privado toma su decisión de consumo con la nueva restricción afectada (en términos de  $b$ ) por las políticas antievasionistas.

En la solución de compromiso, el gobierno está en capacidad de “*comprometerse*” a una carga de impuestos no superior a  $\tau^* = \frac{r}{1+r}$ , que el agente privado recibe como una señal creíble. Solución en la que, tanto el agente privado como el gobierno, alcanzan puntos óptimos, dado que el gobierno no se desvía de la tasa que maximiza el recaudo y el agente privado responde positivamente a dicha promesa, evaluada en su función de mejor respuesta (6), y elige declarar el total de su ingreso por renta, es decir, una evasión igual a cero.

Contrario a lo anterior, en la solución en *ausencia de compromiso*, el gobierno puede desviarse, a discreción, de las tasas impositivas anunciadas, cuando existen incentivos de expropiar o imponer impuestos muy altos a los agentes privados. Esta elección no es sostenible en el tiempo, dado que los agentes privados en capacidad de prever en distintos periodos, pueden corregir sus jugadas evadiendo una porción o la totalidad de la carga tributaria. La solución en ausencia de compromiso es, entonces, un equilibrio sub-óptimo, con respecto a la solución de compromiso, dado que lleva a menores niveles de bienestar para los agentes privados y a niveles de recaudo menores o nulos para el gobierno.

Un tercer equilibrio hallado es el *equilibrio de reputación* como solución al juego repetido; este determina un intervalo de carga impositiva eficiente y permanente en el tiempo, intervalo que se puede ampliar, si se plantearan políticas antievasionistas claras, eficientes y sostenibles.

El capítulo 3 de este trabajo concluye con un juego secuencial, en el que a través de equilibrios Bayesianos se llega a que, el único equilibrio sostenible es aquel en el que sólo gobiernos con políticas antievasionistas eficientes están en capacidad de cobrar impuestos

altos, mientras que gobiernos con políticas débiles deberán mantenerse cobrando impuestos bajos.

Es importante entonces conocer la aplicabilidad de los equilibrios encontrados en este trabajo para el estudio del caso colombiano, abriendo la puerta a análisis posteriores.

Es claro que los últimos años Colombia ha mantenido políticas tributarias desacertadas, que no han contribuido a resolver el déficit fiscal de la nación. La introducción, año tras año, de nuevas reformas tributarias no hace más que comprobar que el gobierno no posee *capacidad de compromiso* en materia tributaria. No es de extrañar entonces que los niveles de evasión fiscal por parte de los agentes privados alcancen niveles tan altos.

Es posible analizar el caso colombiano dentro de una solución en *ausencia de compromiso*, al enfrentarse a un gobierno que se desvía una y otra vez de las tasas impositivas anunciadas en reformas anteriores. Reformas tributarias que sin ser decisiones inmediatas al no poder ser tomadas a discreción por los gobiernos, pasar por largos debates en el congreso y ser modificadas por los congresistas, en la mayoría de los casos terminan siendo aprobadas.

Al mismo tiempo los agentes privados con capacidad de prever los aumentos en las tasas impositivas eligen evadir una porción o la totalidad de la carga tributaria, con cruces de cuentas, contabilidad manipulada y hasta con fugas de capitales.

Colombia recurrentemente ha mantenido una *solución en ausencia de compromiso* que entre otras cosas ha generado que *la tasa de tributación sobre la renta* se haya incrementado significativamente en los últimos años, pasando del 30%, la tasa máxima en el año 1990, al 38,5% en el año 2004. Actualmente la tasa de impuesto a la renta, con aumentos graduales, para personas naturales se encuentra en el rango de 5-38.5%, mientras que la tasa única de impuesto a la renta a las empresas es hoy del 38,5%.

Las políticas aprobadas en las últimas reformas han sido criticadas por contradictorias, dado que permiten simultáneamente exenciones que pueden reducir en algunos casos la base gravable hasta en un 55%. Estos alivios tributarios invitan a que los agentes privados realicen intervenciones contables y cruces de cuentas bancarias para acceder a ellos.

Un ejemplo de esto se ve en la reducción del gravamen a la renta para las empresas por reinversión de utilidades, aprobada en el año 2003, que logra reducir el gravamen único del 38,5% a través de la reinversión de utilidades en capital fijo hasta de un 30%. Se ha estimado que el fisco nacional enfrenta una pérdida neta anual de recaudos cercana al 0.3% del PIB por esta política. Las empresas que logran acreditar dicha tasa de reinversión de utilidades en los años gravables 2004-2007 podrían llegar a reducir su tasa de impuesto a la renta efectiva a tan sólo 31,6%, quedando en un nivel de tributación no sólo por debajo de la tasa nominal del 38,5%, sino por debajo del valor que regía en el año 2001 del 35%.

El impuesto al patrimonio aprobado en el decreto 1838 de 2002 grava patrimonios a partir de \$170 millones. Presentado como un impuesto transitorio por “conmoción interior” destinado a apoyar la lucha contra el narcotráfico y la insurgencia. Este impuesto fue extendido por la Ley 863 de 2003 entre 2004-2006; con un nivel inicial de 1,2% sobre activos líquidos en el año 2002 pasó a ser de 2,2% en el 2003; elevando exageradamente la contribución de las empresas con activos líquidos superiores a los \$170 millones, que pueden llegar a pagar una tasa efectiva del 50,5%. No es de extrañar entonces que se conozcan amenazas de “des-inversión” por parte del sector productivo colombiano, promovido por los anuncios de repetir y ampliar nuevamente dicho impuesto.

Agravando el problema tributario colombiano, las políticas antievasionistas durante años han sido ineficientes; la amenaza de cárcel por evasión tributaria “flagrante” vigente hace más de diez años, no ha constituido un instrumento eficaz para hacer que el grueso de la población que debería declarar en el sistema, lo hiciera. Si fuese visto entonces el caso colombiano en el ámbito de un juego secuencial como el planteado en este documento, claramente el gobierno colombiano es un gobierno *tipo dos*, con políticas antievasionistas

débiles, que debería mantener cargas tributarias más bajas a las existentes hoy en Colombia.

Un ejemplo que puede evidenciar la racionalidad de los evasores, es el caso de la aprobación en el año 2003 del programa de reembolso por pagos realizados a través de tarjetas de crédito de dos puntos del IVA sobre la tarifa general del 16%, que incentiva cruces bancarios y pagos, y que no contrarresta el incentivo que representa a un evasor pasar a pagar “sólo” el 14% del IVA, frente al pago de cero que realiza al estar acostumbrado a evadir. *“Lo que debe incrementarse entonces es la probabilidad de castigo tributario a quienes evaden pagos de renta e IVA, en vez de premiar con devoluciones a quienes ya lo vienen haciendo.”*<sup>11</sup>

La historia tributaria colombiana muestra que en los últimos años ha habido una reforma tributaria cada catorce meses aproximadamente, esto refleja una notoria incapacidad del gobierno para sostener unas reglas del juego estables. El resultado es un ambiente de incertidumbre, lleno de graves inconsistencias, que envía señales erráticas al sector productivo.

Es clara la necesidad de una reforma estructural en el sistema tributario colombiano, reforma que logre mantener a mediano y largo plazo la sostenibilidad de las finanzas públicas. Las instituciones gubernamentales deberán acordar y comprometerse con el sector productivo privado para evitar fuga de capitales y los recurrentes niveles de evasión, claramente explicados por las altas cargas tributarias impuestas a las empresas, junto con la baja probabilidad de castigo a los evasores, y con la inestabilidad de las políticas.

Un gobierno que haga un esfuerzo claro en las medidas antievasionistas junto con soluciones de compromiso que permitan mayores niveles de bienestar en toda la economía colombiana.

---

<sup>11</sup> Clavijo, S. (2005) “Tributación, Equidad y Eficiencia en Colombia: Guía para Salir de un Sistema Tributario Amalgamado” *Borradores de Economía No 325 Banco de la República*. Pág 13

Independientemente de la aplicación del análisis aquí presentado, este documento da las herramientas y resultados metodológicos de los problemas de política tributaria en un lenguaje de la teoría de juegos. Al presentar los cuatro escenarios, junto con sus resultados técnicos, se abren las puertas para la aplicación de dicha modelación en cualquier contexto que implique la elección de políticas adecuadas de un gobierno que se enfrente a una economía en presencia de asimetría de información.

Gobiernos con capacidad de compromiso que generarán a mayores niveles de bienestar, tanto para los agentes privados como para alcanzar metas en los recursos fiscales; frente a gobiernos que por desviarse de los acuerdos y compromisos pactados pierden credibilidad y generan resultados sub-óptimos para la economía. Al presentar las soluciones de equilibrio de reputación, y equilibrios bayesianos en juegos secuenciales, este documento aporta una mirada desde mercados con fallas e información asimétrica que pueden presentarse en el ámbito de las decisiones de política de un gobierno.

## 5. ANEXOS

### 5.1. Solución de compromiso

$$U(c_1, c_2, L-n) \quad \text{s.a.} \quad c_1 + s = k_0 \quad c_2 = s(1+r)(1-\tau_k) + n(1-\tau_n)$$

$$\frac{\partial C_1}{\partial \tau_k} = 0 \quad \frac{\partial C_1}{\partial \tau_n} = 0 \quad \frac{\partial C_2}{\partial \tau_k} = -s(1+r) \quad \frac{\partial C_2}{\partial \tau_n} = -n$$

Se plantea el lagrangeano:

$$\int = U(c_1, c_2, L-n) + \lambda(c_2 - s(1+r) + s(1+r)\tau_k - n + n\tau_n)$$

Derivando con respecto a el impuesto a la renta, se tiene:

$$\frac{\partial \int}{\partial \tau_k} = \frac{\partial U}{\partial c_1} \cdot \frac{\partial c_1}{\partial \tau_k} + \frac{\partial U}{\partial c_2} \cdot \frac{\partial c_2}{\partial \tau_k} + \lambda \left[ \frac{\partial c_2}{\partial \tau_k} + s(1+r) + \frac{\partial s}{\partial \tau_k} (1+r)\tau_k + \frac{\partial n}{\partial \tau_k} \tau_n \right] = 0$$

$$U_2 \cdot s(1+r) = \lambda [s(1+r) + \tau_k s_k(1+r) + \tau_n n_k]$$

$$\text{con } U_2 = \frac{\partial U_2}{\partial c_2} \quad s_k = \frac{\partial s}{\partial \tau_k} \quad n_k = \frac{\partial n}{\partial \tau_k}$$

Derivando con respecto a el impuesto al salario, se tiene:

$$\frac{\partial \int}{\partial \tau_n} = \frac{\partial U}{\partial c_1} \cdot \frac{\partial c_1}{\partial \tau_n} + \frac{\partial U}{\partial c_2} \cdot \frac{\partial c_2}{\partial \tau_n} + \lambda \left[ \frac{\partial c_2}{\partial \tau_n} + \frac{\partial s}{\partial \tau_n} (1+r) \tau_k + \frac{\partial n}{\partial \tau_n} \tau_n \right] = 0$$

$$U_2 \cdot n = \lambda [n + \tau_k s_n(1+r) + \tau_n n_n]$$

$$\text{con } U_2 = \frac{\partial U_2}{\partial c_2} \quad s_n = \frac{\partial s}{\partial \tau_n} \quad n_n = \frac{\partial n}{\partial \tau_n}$$

### 5.2 Ingreso disponible después de impuestos y política antievasionista

$$Yk_t^d = p[1 - \Phi_t \tau_k - \varphi_t \tau_k (1 - \Phi_t)] Yk_t + (1-p)[1 - \Phi_t \tau_k] Yk_t$$

$$Yk_t^d = p[1 - (1 - e_t) \tau_k - \varphi_t \tau_k e_t] Yk_t + (1-p)[1 - (1 - e_t) \tau_k] Yk_t$$

$$Yk_t^d = 1 - \tau_k (1 + p e_t \varphi - e_t) Yk_t$$

$$Yk_t^d = \langle 1 - \tau_k (1 - e_t (1 - p \varphi_t)) \rangle Yk_t$$

### 5.3 Nueva restricción sobre $c_2$ en condiciones de incertidumbre

$$Yk_t^d = b Yk_t \quad \text{con } b = 1 - \tau_k (1 - e_t (1 - p \varphi_t))$$

si

$$s(1+r) = Yk \quad \text{Ingreso real por renta}$$

Por políticas antievasionistas el agente privado se enfrenta a un nuevo nivel de ingreso disponible  $Yk^d$ , que afecta la restricción en el consumo del segundo periodo así:

$$c_2 = Yk^d (1 - \tau_k) + n (1 - \tau_n)$$

$$c_2 = b Yk (1 - \tau_k) + n (1 - \tau_n)$$

$$c_2 = b s(1+r) (1 - \tau_k) + n (1 - \tau_n)$$

#### 5.4. Solución de compromiso en presencia de incertidumbre

$$U(c_1, c_2, L - n) \quad \text{s.a.} \quad c_1 + s = k_0 \quad c_2 = b s(1+r) (1 - \tau_k) + n (1 - \tau_n)$$

$$\frac{\partial C_1}{\partial \tau_k} = 0 \quad \frac{\partial C_1}{\partial \tau_n} = 0 \quad \frac{\partial C_2}{\partial \tau_k} = -bs(1+r) \quad \frac{\partial C_2}{\partial \tau_n} = -n$$

Se plantea el lagrangiano con la nueva restricción sobre  $c_2$ :

$$\mathcal{J} = U(c_1, c_2, L - n) + \lambda (c_2 - bs(1+r) + bs(1+r)\tau_k - n + n\tau_n)$$

Derivando con respecto a el impuesto a la renta, se tiene:

$$\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \tau_k} = \frac{\partial U}{\partial c_1} \cdot \frac{\partial c_1}{\partial \tau_k} + \frac{\partial U}{\partial c_2} \cdot \frac{\partial c_2}{\partial \tau_k} + \lambda \left[ \frac{\partial c_2}{\partial \tau_k} + \frac{\partial s}{\partial \tau_k} b(1+r)\tau_k + \frac{\partial b}{\partial \tau_k} s(1+r)\tau_k + \frac{\partial n}{\partial \tau_k} \tau_n \right] = 0$$

$$U_2 \cdot s(1+r) = \lambda [bs(1+r) + \tau_k s_k b(1+r) + \tau_k s b_k (1+r) + \tau_n n_k]$$

$$\text{con} \quad U_2 = \frac{\partial U_2}{\partial c_2} \quad s_k = \frac{\partial s}{\partial \tau_k} \quad n_k = \frac{\partial n}{\partial \tau_k} \quad b_k = \frac{\partial b}{\partial \tau_k} = 1 - e_t (1 - p\varphi)$$

Derivando con respecto a el impuesto al salario, se tiene:

$$\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \tau_n} = \frac{\partial U}{\partial c_1} \cdot \frac{\partial c_1}{\partial \tau_n} + \frac{\partial U}{\partial c_2} \cdot \frac{\partial c_2}{\partial \tau_n} + \lambda \left[ \frac{\partial c_2}{\partial \tau_n} + \frac{\partial s}{\partial \tau_n} b(1+r)\tau_k + \frac{\partial n}{\partial \tau_n} \tau_n \right] = 0$$

$$U_2 \cdot n = \lambda [n + \tau_k s_n b(1+r) + \tau_n n_n]$$

$$\text{con} \quad U_2 = \frac{\partial U_2}{\partial c_2} \quad s_n = \frac{\partial s}{\partial \tau_n} \quad n_n = \frac{\partial n}{\partial \tau_n}$$

## 5. REFERENCIAS

- Barro; R.J. (1979) "On the Determination of the Public Debt" *The Journal of Political Economy*, Vol 87 (940-971)
- Cooper, R., DeJong D.V., Forsythe R. (1990), "Selection Criteria in Coordination Games: Some Experimental Results," *American Economic Review*, 80(1).
- Cooper, R. (1999) "Coordination Games; Complementarities and Macroeconomics" *Cambridge University Press*.
- Clavijo, S. (2005) "Tributación, Equidad y Eficiencia en Colombia: Guía para Salir de un Sistema Tributario Amalgamado" *Borradores de Economía No 325; Banco de la República*
- Garden, R. (1996); "Juegos para empresarios y economistas" *Antoni Bosch Editor*
- Gibbons, R (1992); "Un Primer Curso de Teoría de Juegos" *Antoni Bosch Editor*
- Gutiérrez, Guzmán, Jiménez (2000) "Economía política y finanzas públicas: Teoría, evidencia y resultados de laboratorio" *Serie de Estudios de Economía y Ciudad , Oficina de Estudios Económicos de la Secretaría de Hacienda. N° 12.*
- Harberger, A. (1980) "The incidence of the Coordination income tax" *The Journal of Political Econom*, Vol 70; (215-240)
- Ramsey, F.P., (1927), "A contribution to the theory of taxation"; *Economic Journal* 37, 47-61.
- Rubinstein A. (1999); "A course in Game Theory". The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- Valencia Arana; Oscar Mauricio. (2004) "Economic Growth and the Household Optimal Income Tax Evasion" *Archivos de Economía. Documento No. 275. Departamento Nacional de Planeación.*
- Van Huyck J. , Battalio R., Walters M. (2001) "Is Reputation A Substitute For Commitment In The Peasant-Dictator Game?" *The National Science Foundation and the Texas Advanced Research Program provided financial support.*
- Vargas Hernando (1994) "¿A que Juega El Gobierno y un Banco Central Independiente?". *Borradores Semanales de Economía, Subgerencia de Estudios Económicos del Banco de la Republica.*