

## **Tasas reales de cambio e interés en una economía dependiente\***

Camilo Morales J. y Carlos Esteban Posada

### Resumen

*¿Qué factores determinan las tasas reales de cambio e interés en una economía dependiente (“semi-abierta” y tomadora de precios en el mercado internacional)?; ¿tienen conexiones recíprocas los procesos de determinación de ellas?; ¿hay relaciones de largo plazo o solo de corto plazo entre ellas? La literatura académica desarrollada en torno a tales preguntas ha sido extensa y fértil. El trabajo que reportamos en este documento es un intento de contribuir a la literatura bajo unos términos modestos pero precisos. Nuestro intento se basa en la elaboración y uso de un modelo de equilibrio general dinámico y computable. Con ello pretendemos establecer las condiciones bajo las cuales puede o no existir una cierta relación entre la tasa de cambio real y la tasa de interés real en los plazos corto o largo, y generar un marco analítico para economías dependientes más amplio que el correspondiente al de la teoría tradicional (canónica): la teoría “Harrod-Balassa-Samuelson”.*

---

\* Borrador para comentarios. Los autores agradecen la valiosa ayuda de Juan Sebastián Correa y los comentarios de Luis Eduardo Arango, Lavan Mahadeva y otros participantes en dos presentaciones en seminarios del Banco de la República.

## I. Introducción

Entre las variables más observadas por los analistas de las economías en desarrollo están sus tasas reales de cambio e interés. Se puede afirmar, sin lugar a dudas, que los analistas consideran que las magnitudes y movimientos de dichas variables resumen información valiosa contemporánea o, incluso, adelantada sobre los comportamientos globales y sectoriales de corto y largo plazo de tales economías.

¿Qué factores determinan esas variables?; ¿tienen relaciones recíprocas los procesos de determinación de ellas?; ¿hay relaciones de largo plazo o solo de corto plazo entre ellas? La literatura académica desarrollada en torno a tales preguntas ha sido extensa y fértil. El trabajo que reportamos en el presente documento es un intento adicional de contribuir a la literatura bajo unos términos modestos pero precisos como lo mencionaremos a continuación.

Nuestro intento se basa en la elaboración de un modelo de equilibrio general dinámico y computable. Este modelo tiene unas características específicas, entre las cuales cabe, ahora, resaltar cinco: 1) suponemos que la economía que modelamos, es una pequeña economía “semi-abierta” y tomadora de precios en el mercado internacional (una “economía dependiente”), afronta la existencia de una restricción cuantitativa permanente de crédito externo (cuya magnitud puede variar pero en cualquier caso la restricción siempre será dominante); 2) suponemos que la economía solo produce (y utiliza) dos bienes, uno de ellos internacionalmente comercializable (“transable”) y otro no; 3) los agentes de esta economía tienen un horizonte de  $n$  períodos, 4) el ingreso *per* cápita y la productividad en ambos sectores tienen unas tendencias inherentes a crecer en el largo plazo (un caso de “crecimiento endógeno”), y 5) el ambiente es estocástico, es decir, no suponemos que los parámetros del modelo tienen valores únicos; por el contrario, suponemos que los agentes tienen un conocimiento de sus valores medios y de sus distribuciones (o de algunos momentos de estas) a fin de generar unas respuestas ante choques que puedan juzgarse con algún margen de confianza.

Con tal modelo pretendemos establecer las condiciones bajo las cuales puede o no existir una cierta relación entre la tasa de cambio real y la tasa de interés real en los plazos corto o largo; con ello logramos generar un marco analítico para economías dependientes

más amplio que el correspondiente al de la teoría tradicional o canónica, la teoría “Harrod-Balassa-Samuelson”.

Nuestro punto de partida fue un modelo expuesto por Obstfeld y Rogoff (1996, cap. 6) referido al caso de una pequeña economía que soporta una restricción permanente de crédito externo. Pero tal modelo es de un solo bien y de solo dos períodos (su objetivo es examinar los determinantes de la tasa de interés real doméstica en asocio con los del estado estable de las principales variables macroeconómicas); nosotros lo extendimos al caso de dos bienes (el transable y el no transable),  $n$  períodos, crecimiento permanente del ingreso *per cápita* y ambiente estocástico. Nuestro “valor agregado” a la literatura que conocemos (pero quizás ignoramos trabajos que harían redundante el expuesto acá) consiste, entonces, en modelar el proceso de determinación simultánea, tanto en plazos cortos como largos, de las tasas reales de cambio e interés doméstica bajo este marco.

Además de esta introducción este trabajo tiene cuatro secciones: la sección II hace un recuento sumario de la literatura relacionada con nuestro tema; la sección III presenta el modelo y sus principales resultados; la sección IV presenta unas consideraciones y conjeturas sobre la evolución de las tasas reales de cambio e interés en Colombia a lo largo del siglo XX teniendo en cuenta las principales predicciones del modelo teórico. La sección V resume y concluye.

## **II. Revisión de la literatura**

A comienzos de los años 70 del pasado siglo fueron liberadas las tasas de cambio entre el dólar y las demás monedas de importancia internacional. Los movimientos de estas observados a continuación dieron un nuevo aliento al estudio de las eventuales relaciones de la tasa de cambio con otras variables macroeconómicas. Así nació un enfoque conocido en la literatura como “el enfoque de activos sobre los tipos de cambio” con el ánimo de explicar dichos movimientos, algunos de los cuales fueron interpretados ocasionalmente como “volatilidades”. Bajo esta línea de pensamiento se concibió la tasa de cambio como la variable central que permite el equilibrio del mercado internacional de activos líquidos y no necesariamente como aquella que equilibra el flujo internacional de bienes, tal como se la concebía tradicionalmente. Dentro de este enfoque de “activos” se formaron dos tendencias.

La primera basó su análisis en modelos de precios flexibles, y la segunda en el supuesto de precios rígidos en el corto plazo (Dornbusch [1976]).

Con respecto a la primera tendencia, cabe anotar que el sustento de múltiples trabajos asociados a esta tendencia es la llamada “teoría Harrod-Balassa-Samuelson”. Esta teoría resalta la importancia de la existencia de bienes (internacionalmente) no transables y las implicaciones de esto sobre la tasa de cambio. Así, se muestra que, bajo la hipótesis denominada “ley de un solo precio” para los bienes transables, un aumento en la productividad en la producción de los bienes no transables en un determinado país conduce a una disminución de su precio relativo (ver De Gregorio [2007]), es decir, una caída del tipo de cambio real. Obstfeld y Rogoff (1996, cap. 4) presentan un modelo estático para precisar esta teoría que genera, bajo ciertos supuestos, una predicción: los incrementos de la tasa de interés real externa causan caídas del precio relativo del bien no transable, es decir, aumentos de la tasa de cambio real. Este modelo supone movilidad internacional perfecta de capitales, así que la tasa real interna de interés es igual a la externa.

En el trabajo de Montenegro (1993) se expone un modelo dinámico que resalta las características de una economía pequeña y abierta. En su modelo se distinguen 4 bienes. Un bien industrial que se exporta y consume; un bien agrícola (café), que solo se exporta; un bien importado intermedio que se usa como insumo en la producción del bien industrial, y dos bienes de capital, uno importado y otro doméstico. Además, se supone que la economía tiene un acceso imperfecto al mercado financiero internacional bajo la forma de una relación positiva entre el nivel de endeudamiento y lo que podemos denominar una prima de riesgo. En este marco se analizan los efectos que tienen los cambios exógenos en el precio externo del café, a fin de dar luces sobre lo que se conoce como “enfermedad holandesa”. Este modelo, aunque considerablemente distinto al nuestro, expone algunas relaciones entre la tasa de interés real (o mejor, la productividad marginal del capital) y un precio relativo de equilibrio, el del bien doméstico expresado en términos del bien de capital importado.

La segunda tendencia conforma la rama mayor de aquella literatura que se preocupa por estudiar la relación entre las tasas reales de cambio e interés en plazos más o menos cortos.

La mayoría de esta rama de la literatura se condensa en la relación que se ha denominado *RERI* (*real exchange rate-real interest rate*). Para este efecto, esta literatura se ha basado en la hipótesis de paridad de tasas de interés suponiendo, por lo general, una prima de riesgo nula. Se observa, entonces, que la gran mayoría de los trabajos sobre la conexión *RERI* se basa en ejercicios de estimación de la relación expresada por la condición de paridad de interés.

Entre los trabajos más importantes sobresale el de Meese y Rogoff (1988) que propone una ecuación de ajuste para la tasa de cambio real que se constituyó en el punto de partida de una serie de artículos posteriores. De éste se desprendieron trabajos como el de Baxter (1994) en el cual se postulan los diferenciales de tasa de interés como determinantes centrales del tipo de cambio real en el corto plazo y por consiguiente de sus desviaciones con respecto a su nivel de equilibrio de largo plazo. Más específicamente, en este trabajo se muestra que al suponer la validez de la paridad de tasa de interés real descubierta y la de la paridad de poder adquisitivo *ex ante* (es decir, suponer que la mejor estimación del tipo de cambio de equilibrio en el futuro es el tipo de cambio de equilibrio presente;  $E_t \bar{q}_{t+k} = \bar{q}_t$ ) y plantear la existencia de un proceso estocástico específico para la tasa de cambio real se llega a la siguiente ecuación:

$$q_t = \bar{q}_t - \alpha ({}_k r_t - {}_k r_t^*) \quad \alpha > 0$$

Al estimar tal ecuación, Meese y Rogoff (1988) no pudieron rechazar la hipótesis  $\alpha = 0$  bajo la mayoría de los *tests*. Es decir, no encontraron relación alguna entre el diferencial de tasas de interés y los movimientos de la tasa de cambio real de la economía.

Baxter (1994), siguiendo con el análisis previo pero relajando algunos supuestos con base en los trabajos de Huizinga (1987) y Cumby y Huizinga (1990), planteó que la tasa de cambio real tiene un componente transitorio y otro permanente<sup>1</sup> con características estadísticas particulares para cada uno que hacen que los cambios previstos en la tasa de cambio real se deban a las variaciones predecibles del componente transitorio de esta<sup>2</sup>. Al ser el componente permanente de la tasa de cambio real el que genera la mayor parte de los movimientos no previstos de esta (sigue un paseo aleatorio), se concluye que la relación

<sup>1</sup> Esto se hace a través de descomposiciones univariadas y multivariadas de la tasa de cambio real.

<sup>2</sup> Se asume que el componente permanente sigue un paseo aleatorio y que el transitorio sigue un proceso AR(1).

entra la tasa de cambio real y el diferencial de la tasa de interés es prácticamente inexistente (ver también Nakagawa [2001] corroborando estos resultados).

En este mismo trabajo, Baxter mostró que se puede encontrar correlación entre la tasa de cambio real y los diferenciales de tasa de interés solo en las frecuencias de ciclos reales<sup>3</sup>; Kanas (2004) corroboró este resultado usando métodos econométricos distintos para la tasa de cambio real entre Estados Unidos y Reino Unido. Chinn y Meredith (2004) también encontraron resultados similares con horizontes de 10 años para las tasas de cambio frente al dólar de los países del grupo llamado G-7.

Kim (2007) estimó un modelo econométrico con la ventaja de diferenciar entre bienes transables y no transables para encontrar la relación entre la tasa de cambio real y el diferencial de tasas de interés para cinco países distintos. El autor mostró que los casos de países europeos ofrecen evidencia empírica de la relación entre las dos variables mencionadas<sup>4</sup>.

En Mendoza (2001) encontramos un trabajo que se acerca tangencialmente al problema que nosotros tratamos. En dicho artículo el autor muestra cómo, en una economía pequeña y abierta con mercados crediticios imperfectos, se pueden presentar los llamados “*Sudden Stops*” (suspensión súbita de los flujos netos de capital en una determinada coyuntura). Desarrollando un modelo teórico con un sector transable y otro no transable, y comparándolo con la evidencia empírica relativa a la crisis mexicana de 1994, el autor muestra que, al haber restricciones crediticias, un *Sudden Stop* vendría acompañado de una caída en el precio relativo de los no transables (implicando un aumento de la tasa de cambio real, ya que se asume que se cumple la condición de paridad de poder adquisitivo para el sector transable) y de un aumento en la tasa de interés real efectiva y una caída en el consumo por las restricciones crediticias efectivas.

En la misma línea del mencionado trabajo de Mendoza, Kehoe y Ruhl (2008) intentaron replicar los efectos sobre la economía mexicana, durante la crisis de 1994/5, de una parada súbita del flujo neto de capitales mediante un modelo teórico-numérico de

---

<sup>3</sup> Este trabajo tiene en cuenta los casos de Estados Unidos *vis-a-vis* Francia, Alemania, Japón, Suiza y el Reino Unido. Resultados similares con metodologías distintas se encuentran en Hoffmann y MacDonald (2006).

<sup>4</sup> Al analizar el caso colombiano del período 1993-99 (con series de frecuencia mensual), Villar y Rincón (2000) no encontraron evidencia empírica de una relación entre el nivel de la tasa de interés real interna y la variación de la tasa de cambio real.

equilibrio general dinámico bajo cuatro versiones, dos de ellas con movilidad perfecta de capitales, con y sin fricciones, y otras dos bajo el supuesto de “economía cerrada” (también con y sin fricciones). Los resultados son básicamente similares a los de Mendoza (2001) en cuanto a los efectos de las paradas súbitas de capital sobre la tasa de cambio real, la estructura de la producción y el consumo.

### III. El modelo

El siguiente modelo es, como ya se mencionó, de equilibrio general, dinámico y estocástico. Supone la existencia de dos sectores productivos: los de bienes transables y no transables. Los subíndices T y N hacen referencia a dichos sectores, respectivamente. El modelo se caracteriza, en particular, por suponer movilidad imperfecta de capitales en los siguientes términos: la economía modelada (la economía “doméstica”) se enfrenta a un tope límite de crédito externo. Sin embargo, se supone libre movilidad de los factores productivos entre los sectores productivos domésticos.

#### *El agente representativo*

El modelo implica la existencia de una economía poblada por agentes homogéneos. El agente representativo tiene la siguiente función de utilidad

$$(1) \quad U = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[ \ln(c_t) - \Psi \frac{n_t^{1+\eta}}{1+\eta} \right]$$

Siendo  $\beta$  el factor subjetivo de descuento intertemporal del agente,  $c$  la canasta de consumo y  $n$  las horas trabajadas por el agente. Suponemos además que el agente es el dueño de (o representa a la familia propietaria de) el capital que usan las empresas productoras, así que se enfrenta a la siguiente restricción presupuestal en términos nominales:

$$(2) \quad P_t c_t \leq W_t z_t n_t + i_{t-1} P_{T,t-1} k_{t-1} + P_{T,t} D_t - \bar{i}_{t-1} P_{T,t-1} D_{t-1} - P_{T,t} k_t$$

Siendo  $P$  el precio de la canasta de consumo,  $W$  el salario nominal,  $i$  la tasa bruta de interés nominal de la economía doméstica<sup>5</sup>,  $k$  el acervo de capital,  $P_T$  el precio nominal de los bienes transables,  $D$  el stock de deuda de la economía doméstica,  $\bar{i}$  la tasa bruta nominal de interés externa y  $z$  la productividad del trabajo.

<sup>5</sup> A lo largo de esta sección, “tasa bruta” es la suma: 1 + la tasa correspondiente.

Esta restricción presupuestal supone que el capital de la economía está compuesto por bienes transables. Los bienes transables de esta economía tienen dos funciones: sirven como bien de consumo y de capital; en cambio, los bienes no transables solo sirven como bienes de consumo. Como es tradicional, se supone que estos últimos no son acumulables (es decir, ni almacenables ni utilizables en la producción). Además, suponemos, como ha sido usual, que el bien transable es susceptible de exportación e importación, en tanto que el bien no transable no lo es. De esta manera, los préstamos externos, en términos reales, se realizan en bienes transables.

Por otra parte, el agente se enfrenta a una restricción de crédito internacional:

$$(3) \quad D_t \leq \bar{D}_t$$

Esta restricción indica que el agente puede no recibir todo el préstamo que desee pues hay un tope para su nivel de endeudamiento. De esta manera modelamos la movilidad imperfecta de capitales basados, como se mencionó antes, en Obstfeld y Rogoff (1996).

De otra parte, definimos la canasta de consumo como una combinación de consumos de bienes transables y no transables:

$$(4) \quad c_t = c_{Tt}^\theta c_{Nt}^{1-\theta}$$

Siendo  $\theta$  ( $0 < \theta < 1$ ) la ponderación de los bienes transables en la canasta de consumo. Así, el agente se enfrenta a dos problemas de elección: uno intertemporal y otro intratemporal. El primero consiste en decidir cuanta parte de sus recursos destinará a consumir y cuanta a acumular capital al tiempo que debe decidir cuantas horas trabajar; formalmente este problema se puede escribir así:

$$\text{Max}_{\{c_t, k_t, n_t, D_t\}_{t=0}^{\infty}} U = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[ \ln(c_t) - \Psi \frac{n_t^{1+\eta}}{1+\eta} \right]$$

*s.a.*

$$P_t c_t \leq W_t z_t n_t + i_{t-1} P_{Tt-1} k_{t-1} + P_{Tt} D_t - P_{Tt-1} D_{t-1} \bar{i}_{t-1} - P_{Tt} k_t$$

$$D_t \leq \bar{D}_t$$

En tanto que el problema intratemporal consiste en componer óptimamente su canasta de consumo entre bienes transables y no transables, a saber:



$$\begin{aligned} & \underset{\{c_{Tt}, c_{Nt}\}}{\text{Min}} \quad P_{Tt} c_{Tt} + P_{Nt} c_{Nt} \\ & \text{s.a.} \\ & c_{Tt}^\theta c_{Nt}^{1-\theta} \leq c_t \end{aligned}$$

### Las firmas

En cada periodo las firmas productoras de bienes transables y no transables buscan maximizar sus beneficios de la forma:

$$\begin{aligned} (5) \quad \max_{\{k_{j+1}, n_{jt}\}} B_j &= P_{jt} y_{jt} - W z_{jt} n_{jt} - i_{j+1} P_{T+1} k_{j+1} + (1-\delta) P_{T+1} k_{j+1} \\ & \text{s.a.} \\ y_{jt} &= \exp^{x_{jt}} A_j k_{j+1}^{\alpha_j} (z_{jt} n_{jt})^{1-\alpha_j} \quad j = T, N \end{aligned}$$

Siendo  $\delta$  la tasa de depreciación del capital. Además, la tecnología para las firmas de transables y no transables se mueve de acuerdo a la siguiente regla de movimiento:

$$(6) \quad x_{jt} = \rho_j x_{j,t+1} + \varepsilon_{jt}, \quad \varepsilon_{jt} \sim iid(0, \sigma^2)$$

$z_t$ , definido en este trabajo como la productividad del trabajo, se somete a la siguiente ley:

$$(7) \quad z_t = \exp^{N_k \frac{k_t}{z_t}} z_{t-1}$$

De esta manera suponemos una modalidad de crecimiento de tipo “endógeno”. Por tanto, la tasa bruta de crecimiento de la productividad,  $g$  es:

$$(8) \quad \frac{z_t}{z_{t-1}} = g_t = \exp^{N_k \frac{k_t}{z_t}}$$

### Solución del modelo

Dado que estamos suponiendo un crecimiento endógeno es necesario expresar las variables, cuyos valores absolutos crecen de manera persistente, en términos de la productividad, denotándolas con el signo  $\tilde{\cdot}$ . De esta manera:

$$\tilde{D}_t = \frac{D_t}{z_t}, \quad \tilde{k}_t = \frac{k_t}{z_t}, \quad \tilde{k}_{Tt} = \frac{k_{Tt}}{z_t}, \quad \tilde{k}_{Nt} = \frac{k_{Nt}}{z_t}, \quad \tilde{y}_{Tt} = \frac{y_{Tt}}{z_t}, \quad \tilde{y}_{Nt} = \frac{y_{Nt}}{z_t}, \quad \tilde{c}_t = \frac{c_t}{z_t}, \quad \dots$$

Para solucionar el modelo partimos del problema intra-temporal del agente:

$$\begin{aligned} & \underset{\{c_{Tt}, c_{Nt}\}}{\text{Min}} \quad P_{Tt} c_{Tt} + P_{Nt} c_{Nt} \\ & \text{s.a.} \\ & c_{Tt}^\theta c_{Nt}^{1-\theta} \leq c_t \end{aligned}$$

De las condiciones de primer orden se obtiene que:

$$(9) \quad c_{T_t} = \frac{\theta \lambda_t c_t}{P_{T_t}}$$

$$(10) \quad c_{N_t} = \frac{(1-\theta) \lambda_t c_t}{P_{N_t}}$$

Siendo  $\lambda$  el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción. Se comprueba que:

$$(11) \quad \lambda_t = \frac{P_{T_t}^\theta P_{N_t}^{1-\theta}}{\theta^\theta (1-\theta)^{1-\theta}} = P_t$$

Siendo  $P$  el nivel de precios de la canasta de consumo de la economía. Ahora bien, definiendo:

$$(12) \quad \Omega \equiv \theta^\theta (1-\theta)^{1-\theta}$$

Podemos reescribir las ecuaciones (10) y (11) así:

$$(13) \quad \tilde{c}_{T_t} = \Omega^{-1} \theta q_t^{\theta-1} \tilde{c}_t$$

$$(14) \quad \tilde{c}_{N_t} = \Omega^{-1} (1-\theta) q_t^\theta \tilde{c}_t$$

En las ecuaciones anteriores y en lo que sigue  $q = P_T/P_N$  se define como la tasa de cambio real de la economía doméstica, como es tradicional en la literatura.

Con la definición de nivel de precios de la canasta de consumo de la economía podemos escribir la restricción presupuestaria del agente representativo así:

$$(15) \quad P_t c_t \leq W_t z_t n_t + i_{t-1} P_{T_{t-1}} k_{t-1} + P_{T_t} D_t - \bar{i}_{t-1} P_{T_{t-1}} D_{t-1} - P_{T_t} k_t$$

$$(16) \quad \tilde{c}_t \leq \frac{W_t}{P_t} n_t + i_{t-1} \frac{P_{T_{t-1}}}{P_t} \frac{\tilde{k}_{t-1}}{g_t} + \frac{P_{T_t}}{P_t} \tilde{D}_t - \bar{i}_{t-1} \frac{P_{T_{t-1}}}{P_t} \frac{\tilde{D}_{t-1}}{g_t} - \frac{P_{T_t}}{P_t} \tilde{k}_t$$

$$(17) \quad \tilde{c}_t \leq w_t n_t + \frac{i_{t-1}}{(1+\pi_t)} \frac{P_{T_{t-1}}}{P_{t-1}} \frac{\tilde{k}_{t-1}}{g_t} + \frac{P_{T_t}}{P_t} \tilde{D}_t - \frac{\bar{i}_{t-1}}{(1+\pi_t)} \frac{P_{T_{t-1}}}{P_{t-1}} \frac{\tilde{D}_{t-1}}{g_t} - \frac{P_{T_t}}{P_t} \tilde{k}_t$$

$$(18) \quad \tilde{c}_t \leq w_t n_t + r_{t-1} \frac{\Omega P_{T_{t-1}}}{P_{T_{t-1}}^\theta P_{N_{t-1}}^{1-\theta}} \frac{\tilde{k}_{t-1}}{g_t} + \frac{\Omega P_{T_t}}{P_{T_t}^\theta P_{N_t}^{1-\theta}} \tilde{D}_t - \bar{r}_{t-1} \frac{\Omega P_{T_{t-1}}}{P_{T_{t-1}}^\theta P_{N_{t-1}}^{1-\theta}} \frac{\tilde{D}_{t-1}}{g_t} - \frac{\Omega P_{T_t}}{P_{T_t}^\theta P_{N_t}^{1-\theta}} \tilde{k}_t$$

$$(19) \quad \tilde{c}_t \leq w_t n_t + \Omega r_{t-1} q_{t-1}^{1-\theta} \frac{\tilde{k}_{t-1}}{g_t} + \Omega q_t^{1-\theta} \tilde{D}_t - \bar{r}_{t-1} \Omega q_{t-1}^{1-\theta} \frac{\tilde{D}_{t-1}}{g_t} - \Omega q_t^{1-\theta} \tilde{k}_t$$

En estas ecuaciones,  $w = W/P$  es el salario real,  $r$  es la tasa bruta interna de interés real y  $\bar{r}$  es la tasa bruta de interés nominal externa deflactada a precios domésticos.

De esta manera, el problema para el agente representativo se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \max_{\{c,n,k,D\}} \quad & V(\tilde{k}_{-1}, \tilde{D}_{-1}) = \ln(\tilde{c}) - \Psi \frac{n^{1+\eta}}{1+\eta} + \ln(z_t) + \beta V(k, D) \\ \text{s.a.} \quad & \\ \tilde{c}_t \leq & w_t n_t + \Omega r_{t-1} q_{t-1}^{1-\theta} \tilde{k}_{t-1} + \Omega q_t^{1-\theta} \tilde{D}_t - \Omega q_{t-1}^{1-\theta} \bar{r}_{t-1} \frac{\tilde{D}_{t-1}}{g_t} - \Omega q_t^{1-\theta} \tilde{k}_t \\ \tilde{D}_t \leq & \bar{D}_t \end{aligned}$$

Siendo  $V(\tilde{k}_{-1}, \tilde{D}_{-1})$  la función de máximo valor para el agente dadas estas dos variables de estado. Para la solución del problema del agente se considera exógeno  $z$ . Así las condiciones simplificadas de primer orden para el hogar para el capital (consumo), trabajo y deuda externa vendrán dadas por:

$$(20) \quad g_{t+1} \tilde{c}_t^{-1} = \beta r_t \tilde{c}_{t+1}^{-1}$$

$$(21) \quad \psi n_t^\eta = w_t \tilde{c}_t^{-1}$$

$$(22) \quad g_{t+1} \tilde{c}_t^{-1} = \beta \bar{r}_t \tilde{c}_{t+1}^{-1} + \mu_t$$

Siendo  $\mu$  el multiplicador de Lagrange para la restricción de crédito internacional. De estas ecuaciones ha de ser claro que si la restricción de crédito internacional se cumple con igualdad es porque necesariamente la tasa de interés interna es mayor que la tasa de interés externa ( $r_t > \bar{r}_t$ , ó, lo que es equivalente,  $i_t > \bar{i}_t$ ). Las ecuaciones (20) y (22) permiten a la economía doméstica ser acreedora o deudora neta según sea la relación de su tasa de interés con la tasa de interés externa. Así, cuando la tasa de interés interna es mayor que la externa, la economía doméstica es deudora neta; y si la tasa de interés interna es menor que la externa es acreedora neta. Dado que nos interesa la dinámica de las economías dependientes, se supondrá que la economía doméstica es deudora neta, es decir que en todo momento la tasa de interés interna es mayor que la externa. Por lo tanto, se supone que en todo momento  $\tilde{D}_t = \bar{D}_t$ .

Además supondremos que el crédito externo y la tasa bruta de interés nominal externa siguen las siguientes leyes de movimiento:

$$(23) \quad \bar{D}_t = z_t \bar{D}_{ss} e^{x_{Dt}}$$

$$(24) \quad x_{Dt} = \rho_D x_{Dt-1} + \varepsilon_{Dt} + v_i \varepsilon_{it} + v_p \varepsilon_{pt} \quad \varepsilon_{Dt} \sim iid(0, \sigma_{\varepsilon_D}^2)$$

$$(25) \quad \hat{i}_t = \rho_i \hat{i}_{t-1} + \varepsilon_{it} \quad \varepsilon_{it} \sim iid(0, \sigma_{\varepsilon_i}^2)$$

La ecuación (24) afirma que los mercados internacionales incrementan el tope de deuda de la economía doméstica a la par con la productividad en ella; además supone la existencia de choques que pueden alterar dicho crecimiento, en particular, se supone la existencia de un choque totalmente exógeno ( $\varepsilon_{Dt}$ ) y que los choques exógenos en la tasa de interés externa ( $\varepsilon_{it}$ ) y en el precio nominal de los precios transables ( $\varepsilon_{pt}$ ) pueden incrementar dicho nivel de deuda. Se espera que  $v_i$  sea negativo ya que altas tasas de interés externas están asociadas con dificultades de financiación en economías dependientes.  $v_p$ , en particular, puede tomar cualquier valor. Para el caso colombiano se espera que la correlación sea positiva ya que precios más altos de los bienes transables pueden hacer más atractiva la inversión en el país y, en consecuencia, incrementar el tope máximo de deuda. Finalmente, se supone que las desalineaciones de la tasa de interés externa con respecto a su estado estacionario siguen el proceso descrito mediante la ecuación (25).

Ahora bien, para las firmas de bienes transables y no transables ha de ser claro que de las condiciones de primer orden se obtiene que:

$$(26) \quad P_{jt} \alpha_j \exp^{x_{jt}} A_j \tilde{k}_{j,t-1}^{\alpha_j-1} n_{jt}^{1-\alpha_j} g_t^{1-\alpha_j} = i_{t-1} P_{Tt} - (1-\delta) P_{Tt}$$

$$(27) \quad P_{jt} (1-\alpha_j) \exp^{x_{jt}} A_j \tilde{k}_{j,t-1}^{\alpha_j} n_{jt}^{-\alpha_j} g_t^{-\alpha_j} = W_t \quad j = T, N$$

Como estamos suponiendo libre movilidad de factores entre los sectores domésticos, se debe cumplir que las tasas de interés nominal pagadas por ambos sectores deben ser iguales, al igual que sus salarios nominales. De esta manera, utilizando las ecuaciones (26) y (27), resulta:

$$(28) \quad \alpha_N \exp^{x_{Nt}} A_N \tilde{k}_{N,t-1}^{\alpha_N-1} n_{Nt}^{1-\alpha_N} = q_t \alpha_T \exp^{x_{Tt}} A_T \tilde{k}_{T,t-1}^{\alpha_T-1} n_{Tt}^{1-\alpha_T} g_t^{\alpha_N-\alpha_T}$$

$$(29) \quad (1-\alpha_N) \exp^{x_{Nt}} A_N \tilde{k}_{N,t-1}^{\alpha_N} n_{Nt}^{-\alpha_N} = q_t (1-\alpha_T) \exp^{x_{Tt}} A_T \tilde{k}_{T,t-1}^{\alpha_T} n_{Tt}^{-\alpha_T} g_t^{\alpha_N-\alpha_T}$$

De otra parte, tomando la ecuación (26) para el sector de bienes transables podemos expresar la tasa de interés real interna así:

$$(30) \quad P_{Tt} g_t \alpha_T \frac{\tilde{y}_{Tt}}{\tilde{k}_{T,t-1}} = i_{t-1} P_{T,t-1} - (1-\delta) P_{Tt}$$

$$(31) \quad g_t \alpha_T \frac{P_{Tt}}{P_t} \frac{\tilde{y}_{Tt}}{\tilde{k}_{T,t-1}} = i_{t-1} \frac{P_{t-1}}{P_t} \frac{P_{T,t-1}}{P_t} - (1-\delta) \frac{P_{Tt}}{P_t}$$

$$(32) \quad g_t \alpha_T \frac{P_{Tt}}{P_{Tt}^\theta P_{Nt}^{1-\theta}} \frac{\tilde{y}_{Tt}}{\tilde{k}_{Tt-1}} = i_{t-1} \frac{P_{t-1}}{P_t} \frac{P_{Tt-1}}{P_{Tt-1}^\theta P_{Nt-1}^{1-\theta}} - (1-\delta) \frac{P_{Tt}}{P_{Tt}^\theta P_{Nt}^{1-\theta}}$$

$$(33) \quad \left[ g_t \alpha_T \frac{\tilde{y}_{Tt}}{\tilde{k}_{Tt-1}} + (1-\delta) \right] d_t^{1-\theta} = r_{t-1}$$

Siendo  $d_t = q_t/q_{t-1}$  la tasa bruta de devaluación real. Igualmente, podemos utilizar la ecuación (27) para el sector de transables para expresar el salario real de la economía:

$$(34) \quad P_{Tt} (1-\alpha_T) \frac{\tilde{y}_{Tt}}{n_{Tt}} = W_t$$

$$(35) \quad \frac{P_{Tt}}{P_t} (1-\alpha_T) \frac{\tilde{y}_{Tt}}{n_{Tt}} = \frac{W_t}{P_t}$$

$$(36) \quad \Omega_t q_t^{1-\theta} (1-\alpha_T) \frac{\tilde{y}_{Tt}}{n_{Tt}} = w_t$$

Por otra parte, como definimos al principio que solo el bien transable es susceptible de exportación o importación o acumulación, tenemos que el consumo de bienes no transables debe ser igual a su producción como condición de existencia de un equilibrio interno:

$$(37) \quad \tilde{c}_N = \tilde{y}_N$$

En tanto que, como los bienes transables tienen la doble función de servir como bien de capital y bien de consumo, para que exista equilibrio externo el consumo de bienes transables debe ser igual a:

$$(38) \quad P_{Tt} \tilde{c}_{Tt} = P_{Tt} \tilde{y}_{Tt} + P_{Tt} \tilde{D}_t - P_{Tt} \tilde{k}_t - i_{t-1} P_{Tt-1} \frac{\tilde{D}_{t-1}}{g_t} + (1-\delta) P_{Tt} \frac{\tilde{k}_{t-1}}{g_t}$$

$$(39) \quad \tilde{c}_{Tt} = \tilde{y}_{Tt} + \tilde{D}_t - \tilde{k}_t - i_{t-1} \frac{P_{Tt-1}}{P_{Tt}} \frac{\tilde{D}_{t-1}}{g_t} + (1-\delta) \frac{\tilde{k}_{t-1}}{g_t}$$

Nótese que al cumplirse las ecuaciones (37) y (39) se cumple la restricción presupuestal del agente. Y, de igual manera, al cumplirse la ecuación (37) ó la (39) se debe cumplir la otra ecuación, por la ley de Walras, y, por lo tanto, la restricción presupuestal. Vamos a suponer además que el precio de los bienes transables se rige por la ley del precio único y, por lo tanto, se determina en el nivel internacional; la economía interna solo puede determinar el precio de los bienes no transables; así, vamos a suponer que el precio de los bienes transables está dado por:

$$(40) \quad P_{Tt} = \exp^{x_{pt}} P_{Tt-1}$$

$$(41) \quad x_{pt} = \rho_p x_{pt-1} + \varepsilon_{pt} \quad \varepsilon_{pt} \sim iid(0, \sigma_{\varepsilon_{pt}}^2)$$

Finalmente vamos a definir el producto total de la economía en términos reales como<sup>6</sup>:

$$(42) \quad \tilde{y}_t = q \tilde{y}_{Tt} + \tilde{y}_{Nt}$$

### Estado estacionario

Denotamos el valor de las variables en estado estacionario con el superíndice *ss*. En estado estacionario la economía está caracterizada por las siguientes ecuaciones:

$$(43) \quad r^{ss} = g^{ss} \beta^{-1}$$

$$(44) \quad \frac{\tilde{y}_T^{ss}}{\tilde{k}_T^{ss}} = \frac{(r^{ss} - (1 - \delta))}{g^{ss} \alpha_T}$$

$$(45) \quad \frac{\alpha_N}{\alpha_T} \frac{\tilde{y}_N^{ss}}{\tilde{k}_N^{ss}} \left( \frac{\tilde{y}_T^{ss}}{\tilde{k}_T^{ss}} \right)^{-1} = q^{ss}$$

$$(46) \quad \Omega q^{ss 1-\theta} (1 - \alpha_T) \frac{\tilde{y}_T^{ss}}{n_T^{ss}} = w^{ss}$$

$$(47) \quad \frac{(1 - \alpha_N)}{(1 - \alpha_T)} \frac{\tilde{y}_N^{ss}}{n_N^{ss}} \left( \frac{\tilde{y}_T^{ss}}{n_T^{ss}} \right)^{-1} = q^{ss}$$

$$(48) \quad \psi n^{ss \eta} = w^{ss} \tilde{c}^{ss-1}$$

$$(49) \quad \tilde{c}_N^{ss} = \tilde{y}_N^{ss}$$

$$(50) \quad \tilde{c}_T^{ss} = \tilde{y}_T^{ss} + \left( 1 - \frac{i^{ss}}{g^{ss}} \right) \bar{D}^{ss} - \left( 1 - \frac{(1 - \delta)}{g^{ss}} \right) \tilde{k}^{ss}$$

$$(51) \quad \tilde{c}^{ss} = \tilde{c}_T^{ss \theta} \tilde{c}_N^{ss 1-\theta}$$

$$(52) \quad \tilde{c}_T^{ss} = \Omega^{-1} \theta q^{ss \theta-1} \tilde{c}^{ss}$$

---

<sup>6</sup> Es de notar que para definir el producto real de la economía se utilizó como numerario el bien no transable. Utilizar como numerario el bien no transable (o el transable) o utilizar el índice de precios del consumo para deflactar el producto nominal no genera cambios importantes en el trabajo; en cambio si facilita el desarrollo algebraico del modelo.

$$(53) \quad \tilde{c}_N^{ss} = \Omega^{-1} (1 - \theta) q^{ss} \tilde{c}^{ss}$$

$$(54) \quad q^{ss} = \left( \frac{\alpha_N}{\alpha_T} \right)^{\alpha_N} \left( \frac{1 - \alpha_N}{1 - \alpha_T} \right)^{1 - \alpha_N} \left( \frac{g^{ss} - \beta(1 - \delta)}{\alpha_T \beta} \right)^{\frac{\alpha_T - \alpha_N}{1 - \alpha_T}} \left( \frac{A_N}{A_T^{1 - \alpha_T}} \right)$$

## V. Estimación bayesiana

Para la solución de estos modelos no lineales ha sido usual la calibración de los parámetros expuestos en ellos. Para la elección de estos, lo tradicional ha sido tomar valores tales que ciertos momentos producidos por el modelo sean compatibles con promedios de largo plazo de unos datos en particular, o, simplemente, a través de la elección de un valor ya estimado o utilizado en la literatura. Sin embargo, según Canova (1995) esto puede ser problemático puesto que la información utilizada en diferentes estudios puede ser inconsistente. Adicional a esto, hoy en día estos modelos cuentan con una gran variedad de parámetros que los hace ricos para su eventual evaluación. En este sentido, este trabajo va un poco más adelante con respecto a las técnicas de calibración y se hace uso de las técnicas bayesianas para la estimación de los parámetros del modelo y solo se utilizan los parámetros calibrados como información previa en la estimación. Como resaltan López y Rodríguez (2008), la estimación de estos modelos por técnicas bayesianas resulta deseable principalmente por tres razones: *i)* utilizar distribuciones *priors* sobre los parámetros hace mucho más estables los algoritmos de optimización no lineal (lo cual es muy valioso con series de datos cortas), *ii)* la utilización de distribuciones *priors* sobre los parámetros resume el conocimiento que se tiene sobre los parámetros bien sea por inferencia lógica, económica o por literatura previa y *iii)* los problemas de sub-identificación de estos modelos se pueden reducir a través de las funciones de distribución *priors*.

### *Los datos.*

La estimación de este modelo se decide realizar para la economía colombiana utilizando datos anuales del periodo 1971-2000. Dado que fue necesario estacionarizar las variables del modelo, expresando las variables de crecimiento en términos de la productividad del trabajo, no es evidente cuáles series utilizar para la estimación. En este sentido, se parte de una técnica utilizada en artículos recientes. Sea  $q$  cualquier variable de crecimiento

presentada en el modelo; su expresión en términos de productividad del trabajo ( $\tilde{q}_t$ ) equivale a:

$$\tilde{q}_t = q_t / z_t,$$

Lo cual se puede reescribir como

$$q_t = \tilde{q}_t z_t$$

Así, podemos expresar la tasa bruta de crecimiento de la variable  $q$  ( $q\_obs_t$ ) como

$$\frac{q_t}{q_{t-1}} = q\_obs_t = \frac{\tilde{q}_t}{\tilde{q}_{t-1}} g_t$$

La cual, para la mayoría de las variables del modelo, es conocida. Es decir, por ejemplo, no es fácil saber cuánto es el producto por trabajador efectivo en Colombia ( $y_t / z_t$ ) o si es posible conocerlo implica implícitamente la elección de varios parámetros del modelo; sin embargo, si es posible conocer o calcular de manera más transparente la tasa de crecimiento del producto per cápita en Colombia. De esta manera, se utilizan 5 series para la estimación del modelo, a saber: índice de tasas de cambio real, tasa de interés real externa, tasa de interés real para Colombia, y las tasas brutas de crecimiento para el producto per cápita transable y no transable en Colombia<sup>7</sup>.

#### *Calibración y priors*

Antes de iniciar la estimación hay varios parámetros que deben ser calibrados ya que no son identificables a través de los datos. En particular, para ayudar a decidir cuáles de estos parámetros deben ser fijados Canova y Sala (2006) proponen graficar la curvatura de la función objetivo eligiendo parejas de parámetros; con ayuda de este procedimiento, y siguiendo en parte lo tradicional en la literatura, en este modelo se calibran los valores de  $\beta$ ,  $\delta$ ,  $\psi$ ,  $\alpha_T$ .  $\beta$  se fijó en un valor de 0.92 que hace que en estado estacionario la tasa de interés real sea aproximadamente 10% efectiva anual.  $\delta$  se fijó en 0.0492,  $\psi$  se calibró en 0.000459 que implica que en estado estacionario las horas trabajadas equivalen a 6.5. Finalmente para  $\alpha_T$  se asume un valor de 0.4.

Para los demás parámetros la tabla 1 muestra las distribuciones *prior* asumidas para ellos. La elección de las distribuciones *priors* se hizo siguiendo en parte las

<sup>7</sup> Para la construcción de las tasas de crecimiento de los productos per cápita transable y no transable en Colombia se siguió a Pérez (2005).



recomendaciones tradicionales<sup>8</sup>. La media de cada una de las distribuciones se eligió de tal manera que en estado estacionario la tasa de crecimiento de la economía fuera 2% anual, las horas promedio trabajadas 6.5 y el consumo total sobre el producto 81%.

**Tabla 1. Distribuciones *priors* para los parámetros del modelo.**

<b>Parámetro</b>	<b>Rango</b>	<b>Densidad</b>	<b>Media/Moda</b>	<b>Desviación estándar</b>
$\rho_T$	(0,1)	Beta	0.80	0.1
$\rho_N$	(0,1)	Beta	0.80	0.1
$\rho_p$	(0,1)	Beta	0.70	0.1
$\rho_i$	(0,1)	Beta	0.70	0.1
$\rho_D$	(0,1)	Beta	0.70	0.1
$\alpha_N$	(0,1)	Beta	0.30	0.1
$\theta$	[0,1]	Uniforme	0.50	0.25
$v_i$	$(-\infty, \infty)$	Normal	-5	2
$v_p$	$(-\infty, \infty)$	Normal	5	2
$n_k$	$[0, \infty)$	Gamma	0.0007552	0.0002
$A_T$	$[0, \infty)$	Gamma	1	0.5
$A_N$	$[0, \infty)$	Gamma	1	0.5
$\overline{D}^{ss}$	$[0, \infty)$	Gamma	8.71	2
$\overline{i}^{ss}$	$[0, \infty)$	Gamma	1.05	0.02
$\eta$	$[0, \infty)$	Gamma	3	1

### Resultados

La tabla 2 muestra los resultados de la estimación. Igualmente en la figura 1 se muestra las densidades *priors* y *posterior* para cada uno de los parámetros. Estas figuras, indican cuan informativos son los datos. En particular podemos ver que para la mayoría de los parámetros los datos son informativos. Estos resultados son producto de realizar 8 cadenas de Markov de 100.000 replicaciones en cada una (para cada cadena se descartó la primera mitad de las replicaciones para evitar la influencia de valores iniciales). La idea de realizar ocho cadenas diferentes es analizar si los resultados muestran convergencia a la distribución *posterior*<sup>9</sup>.

<sup>8</sup> Si se desea profundizar véase, por ejemplo, Kriwoluzky (2007) y Del Negro y Schorfheide (2008).

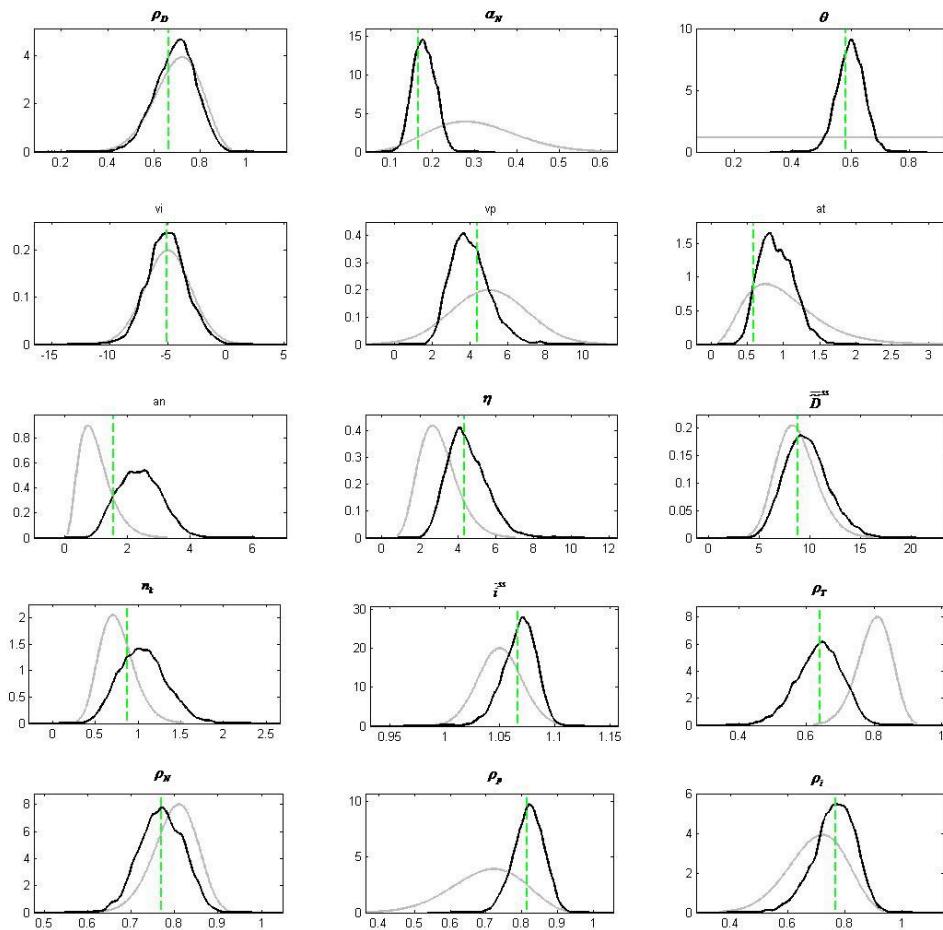
<sup>9</sup> Para comprobar la convergencia en la distribución posterior se realizó un análisis gráfico basado en Gelman y Rubin (1992). De igual manera se realizan otras pruebas con ayuda del paquete CODA del programa R; en particular se realizaron las pruebas “*Potential scale reduction factors*”, la prueba de Geweke (1992) y la

**Tabla 2. Media posterior e intervalo de confianza del 95% para los parámetros del modelo**

PARÁMETRO	MEDIA POSTERIOR	INTERVALO DE CONFIANZA DEL 95%
$\rho_T$	0.6365	[0.5316, 0.7459]
$\rho_N$	0.7693	[0.6935, 0.8555]
$\rho_p$	0.8173	[0.7529, 0.8898]
$\rho_i$	0.7617	[0.6441, 0.8780]
$\rho_D$	0.7016	[0.5520, 0.8372]
$\alpha_N$	0.1787	[0.1364, 0.2200]
$\theta$	0.6054	[0.5268, 0.6714]
$v_i$	-5.1294	[-7.8416, -2.2383]
$v_p$	3.8188	[2.4089, 5.5956]
$n_k$	0.0011	[0.00061, 0.00149]
$A_T$	0.9174	[0.5232, 1.2648]
$A_N$	2.4662	[1.2263, 3.4229]
$\widetilde{D}^{ss}$	9.4065	[6.0132, 13.0006]
$\widetilde{i}^{ss}$	1.0677	[1.0429, 1.0918]
$\eta$	4.3258	[2.8855, 6.2141]

Nota: Esta tabla reporta la media posterior para los respectivos parámetros del modelo en cada uno de los periodos resultantes de la estimación bayesiana. Intervalo de confianza del 95% en corchetes.

**Grafico 1. Densidades *prior* y *posterior* de los parámetros del modelo**

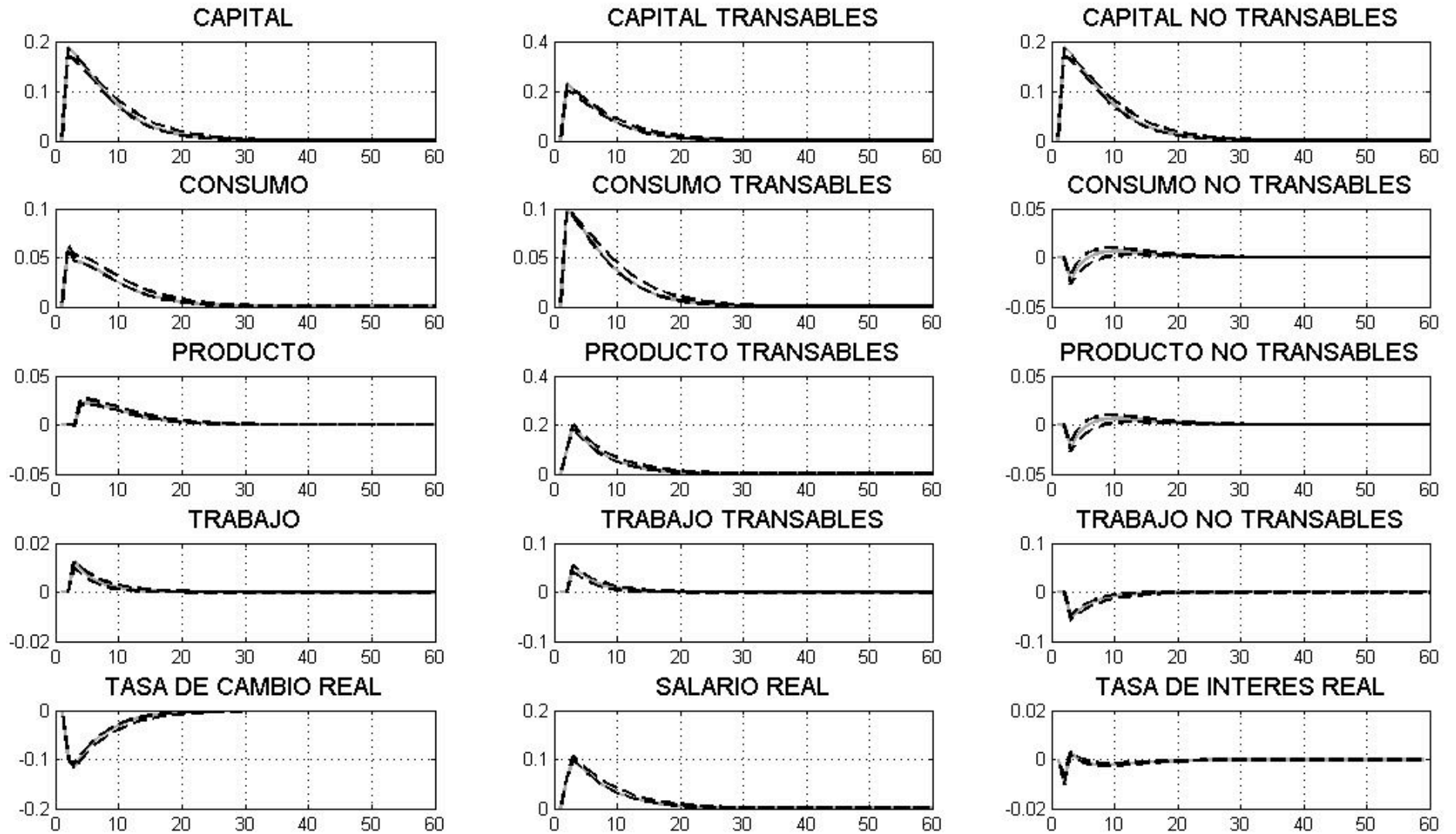


Nota: Esta figura reporta las densidades *prior* (línea gris), *posterior* (línea negra) y la moda (línea verde) de los parámetros estimados del modelo.

### *Análisis de impulsos y respuestas*

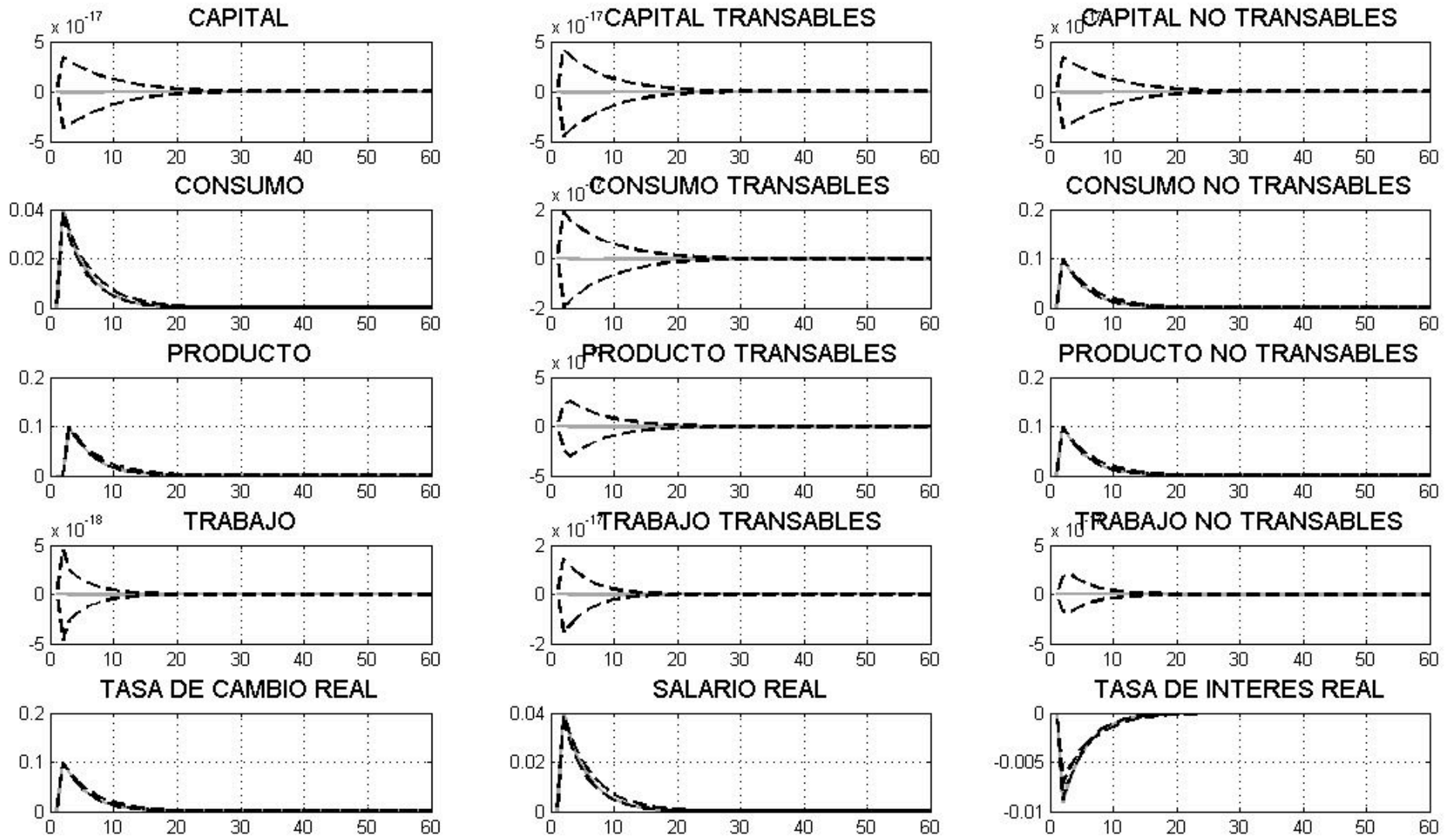
El modelo contempla cinco fuentes de choques. A continuación se presentan los gráficos que hacen referencia a los choques (impulsos) y sus respuestas. Cabe anotar que “choque”, en este contexto, se refiere a una modificación transitoria y exógena (no explicada) soportada en primera instancia por una variable independiente, haciendo que su valor difiera temporalmente del que corresponde a su estado estable, y que, a partir de allí, se transmite a sí misma y a otras variables. La magnitud de la transmisión o efecto del choque y su cambio a través del tiempo se denomina respuesta. Los gráficos muestran las respuestas con intervalos de confianza del 95%.

**Grafico 1. Respuestas ante un choque positivo en la productividad del sector de bienes transables**



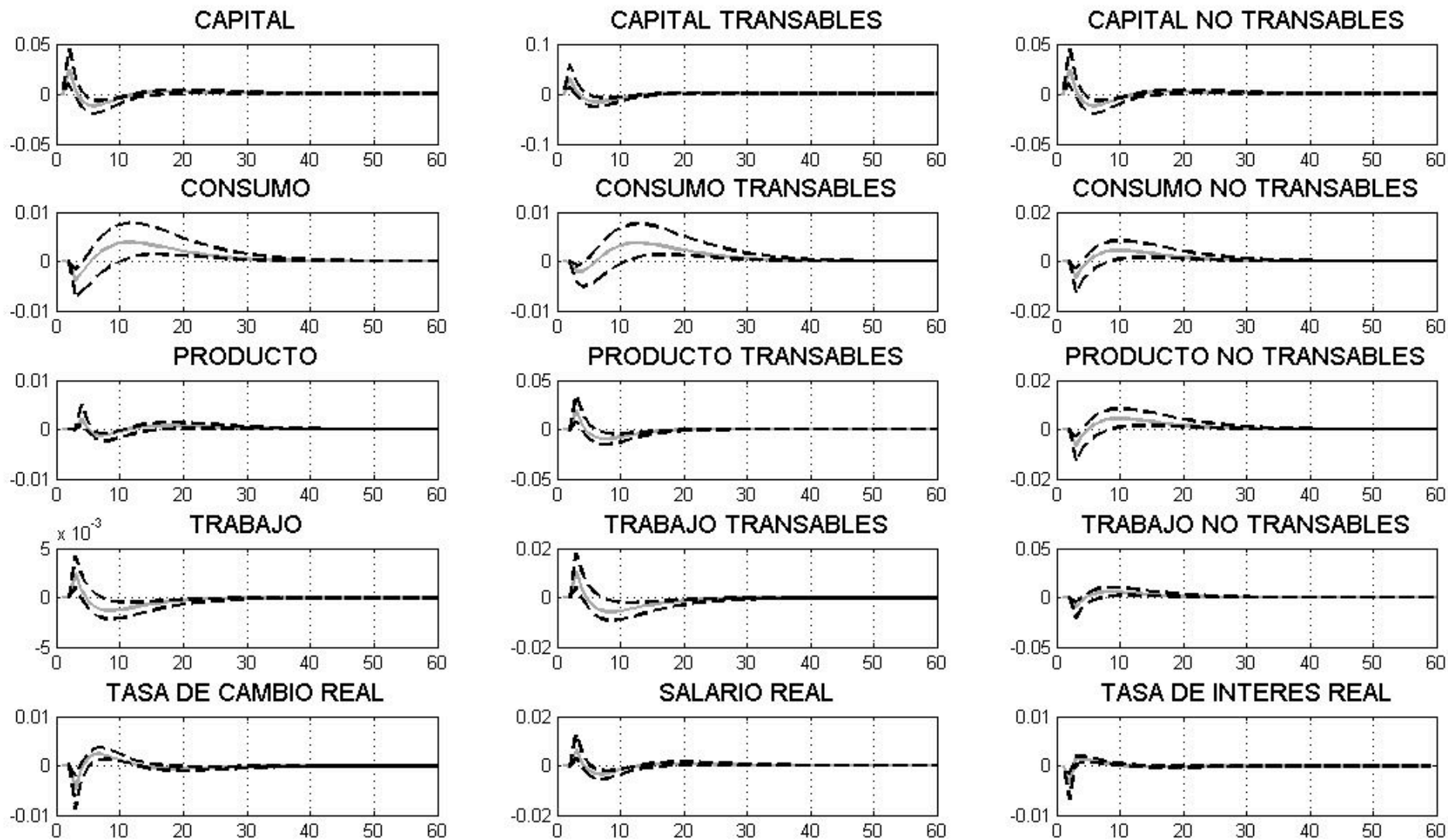
Fuente: cálculo de los autores.

**Gráfico 2. Respuestas ante un choque positivo en la productividad del sector de bienes no transables**



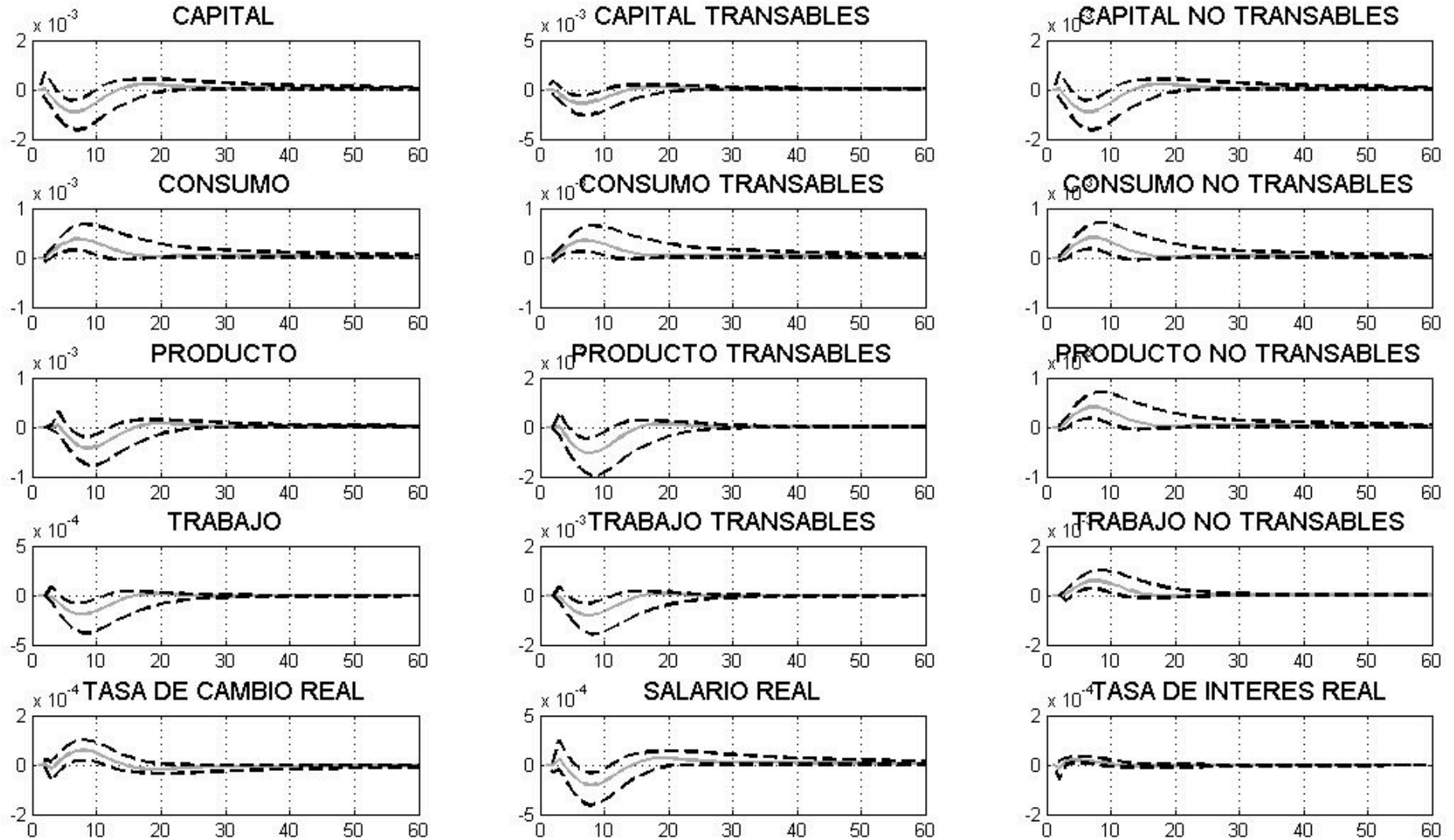
Fuente: cálculo de los autores.

Gráfico 3. Respuestas ante choque positivo en el precio de los bienes transables



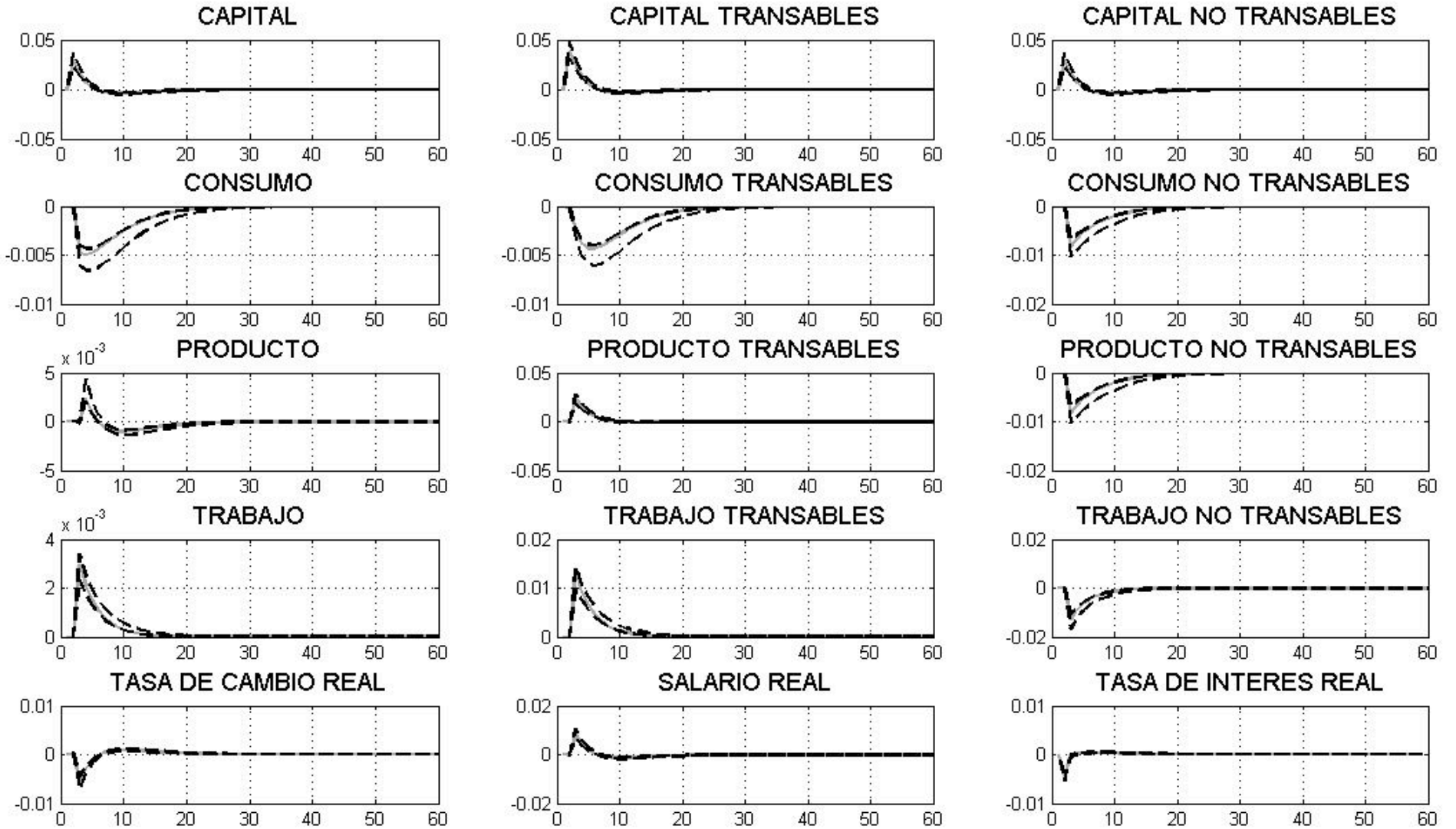
Fuente: cálculo de los autores.

**Gráfico 4. Respuestas ante choque positivo en la tasa de interés externa**



Fuente: cálculo de los autores.

**Grafico 5. Respuestas ante choque positivo en el tope de deuda**



Fuente: cálculo de los autores.



De los ejercicios anteriores de impulsos y respuestas resaltaremos ahora los resultados más sobresalientes y significativos con la ayuda de la Tabla 3.

**Tabla 3. Resumen de resultados de ejercicios de impulso-respuesta**

Impulsos (choques) Positivos	Respuestas (estadísticamente significativas)					
	Tasa de cambio	Tasa de interés	Capital agregado	Producto agregado	Consumo agregado	Trabajo total
Productividad en sector de bienes transables	Disminuye	Aumenta	Aumenta	Aumenta	Aumenta	Aumenta
Productividad en sector de no transables	Aumenta	Disminuye	N. s.	Aumenta	Aumenta	N. s.
Precio de bienes transables	Disminuye	Disminuye	Aumenta	Aumenta	Disminuye	Aumenta
Tasa de interés externa	Aumenta	N. s.	Disminuye	Disminuye	Aumenta	Disminuye
Tope de deuda	Disminuye	Disminuye	Aumenta	Aumenta	Disminuye	Aumenta
N. s.: no significativa						

Podemos resumir los principales resultados en los siguientes términos: 1) los choques de productividades generan movimientos contrarios de las tasas de cambio e interés (correlaciones negativas); los demás choques generan movimientos en la misma dirección de estas variables (correlaciones positivas); 2) bajo el supuesto de que los movimientos del capital están, en general, positivamente correlacionados con los movimientos de la medida de bienestar social<sup>10</sup>, los movimientos de la tasa de cambio están, casi siempre, correlacionados de manera inversa con los del capital y, por ende, con los del bienestar social; 3) un factor que está ausente en los modelos que suponen un régimen de movilidad perfecta de capitales, a saber: el tope de deuda externa, tiene efectos significativos sobre la tasa de interés doméstica y la tasa de cambio, y sus variaciones generan movimientos correlacionados positivamente entre estas dos variables.

*El costo social de las perturbaciones*

¿Cuanto le cuestan a la sociedad colombiana los choques transitorios desfavorables (que afectan negativamente el capital de la sociedad) de las principales variables independientes externas, esto es, de la tasa de interés externa, el tope de endeudamiento y el precio de los bienes transables? La tabla

<sup>10</sup> El valor presente de la series de las utilidades periódicas.

4 presenta las respuestas que puede ofrecer nuestro modelo en términos de variaciones en la tasa de crecimiento económico. Además, la tabla presenta las modificaciones en las tasas de cambio e interés real. Las respuestas incluyen los intervalos de confianza del 95%. En particular, un incremento transitorio de la tasa de interés real externa en 1% tiene un costo de 0,1326% sobre el crecimiento del PIB *per cápita*.

**Tabla 4. Costo de los choques transitorios sobre diferentes variables.**

<i>Choque</i>	<i>Costo sobre el crecimiento económico</i>	<i>Cambio en la tasa de cambio real</i>	<i>Cambio en la tasa de interés real</i>
$\Delta^+ \bar{i}$	-0.1326 [-0.2588, -0.0542]	0.0005 [-0.0086, 0.0069]	0.0000 [-0.0027, 0.0018]
$\Delta^- \bar{D}$	-0.0451 [-0.1016, -0.0131]	0.0044 [0.0007, 0.0100]	0.0011 [0.0002, 0.0029]
$\Delta^- P_T$	-0.1089 [-0.2328, -0.0289]	0.0106 [0.0021, 0.0191]	0.0027 [0.0007, 0.0056]

**Nota:** Esta tabla reporta el costo que afronta la economía en términos de crecimiento ante choques exógenos en diferentes variables. Igualmente, reporta los cambios en la tasa de cambio real y la tasa de interés real y nominal. Intervalo confianza del 95% en corchetes.

**Tabla 5. Costos de largo plazo de aumentos de la tasa de interés externa y de la reducción del tope de deuda**

<i>Choque</i>	<i>Costo sobre el crecimiento económico</i>	<i>Cambio en la tasa de cambio real</i>	<i>Cambio en la tasa de interés real</i>
$\Delta^+ \bar{i}$	-0.012 [-0.015, -0.011]	0.027 [0.023, 0.038]	0.013 [0.012, 0.016]
$\Delta^- \bar{D}$	-0.001 [-0.002, -0.001]	-0.003 [-0.004, -0.002]	-0.001 [-0.002, -0.001]

**Nota:** Esta tabla reporta el costo que afronta la economía en términos de crecimiento ante choques exógenos en diferentes variables. Los costos reportados corresponden a los costos de incrementos o disminuciones de un 1%. Intervalo confianza del 95% en corchetes.

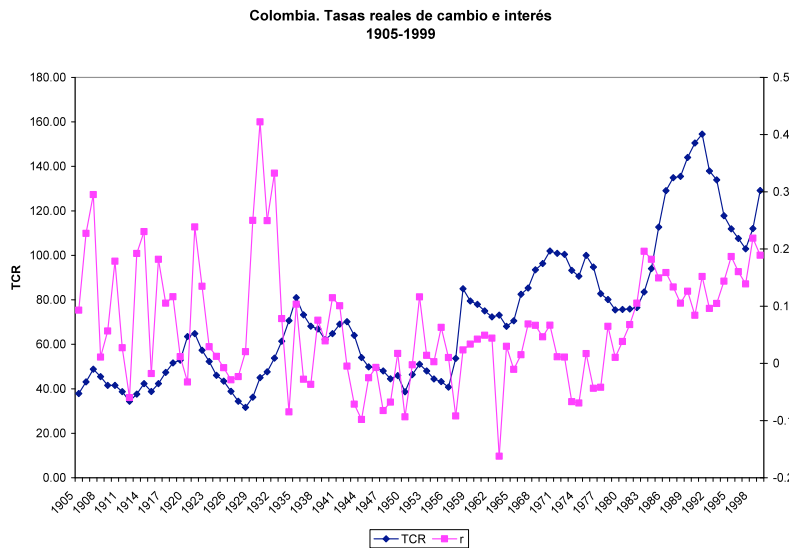
De los resultados reportados en la Tabla 5 vale la pena resaltar lo siguiente: van en la misma dirección los movimientos de largo plazo de las tasas reales de cambio e interés ante cambios permanentes de la tasa de interés externa (si esta sube aquellas también) o del tope máximo de endeudamiento (si éste se reduce aquellas caen). La tasa de crecimiento de la economía se contrae (también de manera permanente) ante cualquiera de esos dos cambios.

#### **IV. Un ensayo de aplicación: interpretación informal del caso colombiano del siglo XX**

En esta sección adelantamos algunas hipótesis de interpretación de los movimientos de la tasa de cambio real (bilateral: peso/dólar, en términos reales, “*tc<sub>r</sub>*”) y de la tasa de interés real interna (“*r*”) a partir de las implicaciones del modelo de la sección anterior.

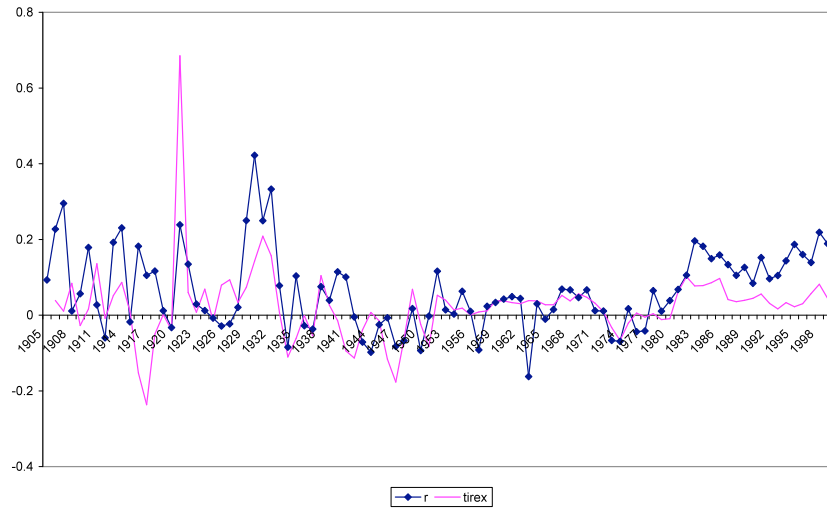
El gráfico 6 presenta las observaciones disponibles sobre las variables en cuestión a lo largo de los 96 años corridos entre 1905 y 2000, en frecuencia anual. El gráfico 7 muestra, de nuevo, las observaciones de la tasa real interna de interés pero también las correspondientes a las tasas anuales reales de interés externo (tasas vigentes en Estados Unidos, en dólares, corregidas por la inflación allí, “*tirex*”).

**Gráfico 6**



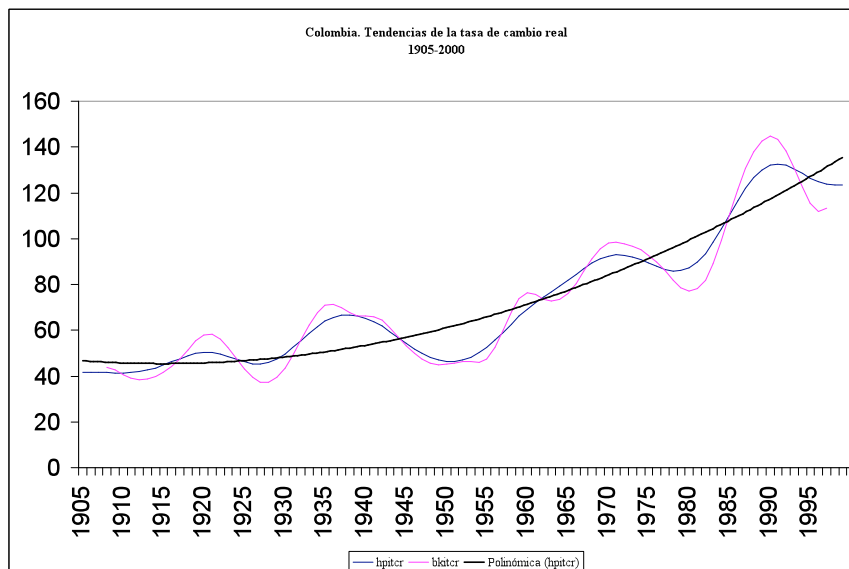
## Gráfico 7

Colombia. Tasas reales de interés interna y externa  
1905 - 2000



El gráfico 6 permitiría afirmar que hubo, *grosso modo*, una tendencia al alza de la tasa de cambio real a lo largo del siglo XX. El gráfico 8 muestra dicha tendencia bajo tres “filtros” alternativos: los de Hodrick-Prescott (“hptcr”), Baxter-King (“bkícr”) y el derivado de un ajuste a un polinomio de segundo grado (“polinómica”).

## Gráfico 8



Con todo, no es precisa la afirmación de que existió, realmente, una tal tendencia de la tasa de cambio real durante todo el siglo XX. Una inspección más detallada de los datos (Tabla 6) muestra varios sub-períodos claramente diferentes al respecto.

**Tabla 6**

Colombia. Movimientos plurianuales de la tasa de cambio real 1905-2000						
1905-1928	1928-1935	1935-1956	1956-1970	1970-1979	1979-1991	1991-2000
Sin tendencia	Alza	Tendencia a la baja	Tendencia al alza	Tendencia a la baja	Tendencia al alza	Sin tendencia

Así, el período 1905-1928, un período, en general, de crecimiento económico previo a la crisis de los años 30, se caracterizó por fluctuaciones de la tasa de cambio real sin que se pueda afirmar con certeza que existió una tendencia definida. Desde (y a raíz de) los primeros efectos de la crisis mundial sobre la economía colombiana y hasta fines de la depresión subsiguiente, vale decir, durante el período 1928-1935, se presentó una devaluación real del peso (aumento de la tasa de cambio real); posteriormente, esto es, entre 1935 y 1956 se registró una tendencia a la revaluación real del peso, en medio de modestas oscilaciones. Entre 1956 y 1970 tendió a subir la tasa de cambio real, y a partir de entonces y hasta 1979 se produjo, también en medio de fluctuaciones, la tendencia opuesta: a la revaluación real. Desde 1979 y hasta 1991 se presentó una tendencia alcista de la tasa de cambio real (a principios de los ochenta se registró una crisis mundial denominada la crisis de la deuda); posteriormente, y hasta 1997, la tasa de cambio real cayó y, luego, volvió a subir.

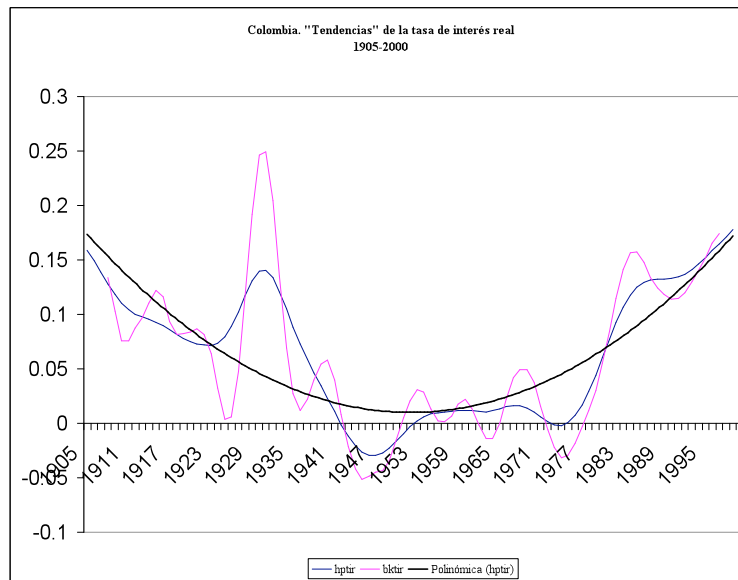
Así, puede decirse, con mayor precisión y confianza, que la economía colombiana se caracterizó por una tendencia al aumento de la tasa de cambio real (relación peso/dólar en términos reales) básicamente a lo largo de la segunda mitad del siglo XX, es decir, entre 1956 y 2000 (o, de manera más precisa si se quiere, entre 1956 y 1997)<sup>11</sup>.

En cambio, es imposible afirmar que la tasa real de interés doméstica haya mostrado una tendencia definida e indiscutible a lo largo del siglo XX. Sus movimientos a lo largo del siglo fueron, principalmente, oscilaciones intensas en la primera mitad del siglo. Con un cierto margen de error se podría decir que la tasa real de interés interna mostró una tendencia declinante (pero en medio de fuertes fluctuaciones) hasta 1963, y que, desde entonces, ha mostrado una tendencia,

<sup>11</sup> Rhenals y Saldarriaga (2007).

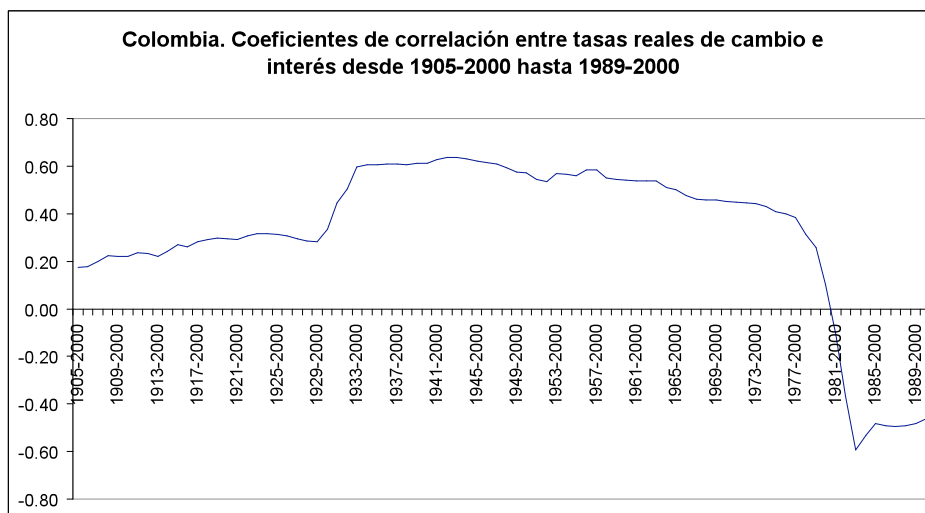
bastante irregular, al alza (gráfico 9). Esta última tendencia no parece compartirla con la tasa real externa de interés. Esto, y el hecho de que muchas oscilaciones anuales de la tasa interna han sido diferentes a las exhibidas por la tasa externa, ilustra un hecho: la economía colombiana parece estar caracterizada por una movilidad imperfecta de capitales, tal como lo supone el modelo de la sección anterior.

**Gráfico 9**



Si la economía colombiana se hubiese caracterizado por una movilidad de capitales perfecta o casi perfecta, la tasa de interés real interna se habría comportado de manera muy similar a la tasa de interés real externa y de manera independiente de la tasa de cambio real. Aunque la evidencia, como se mencionó en el párrafo anterior, sugiere que la movilidad de capitales desde y hacia Colombia no ha sido perfecta, el grado de correlación entre las tasas reales de cambio e interés es relativamente bajo, menor a 0,33 (gráfico 10) si tenemos en cuenta el conjunto de todas las observaciones, esto es, todo el período 1905-2000.

**Gráfico 10**



Pero el grado de correlación aumenta sustancialmente si tenemos en cuenta sólo las observaciones posteriores a 1930, lo cual sugiere que desde entonces (y al menos hasta el año 2000) se volvió más importante la imperfección en la movilidad de capitales. Más aún, la correlación se vuelve negativa y significativa (mayor a 0,37) con posterioridad a 1983.

Puesto que al tomar sólo en cuenta observaciones posteriores a 1930 la correlación entre ambas tasas es positiva pero si se consideran únicamente observaciones posteriores a 1983 la correlación se torna negativa y significativa se puede deducir que el período 1930 – 1977 (aproximadamente) fue un período con una doble característica a la luz de nuestro modelo teórico: fue importante para Colombia la imperfección en la movilidad internacional de capitales y predominaron aquellos choques en las variables exógenas que generan respuestas en la tasa real de interés doméstica y la tasa de cambio real correlacionadas de manera positiva.

¿Cuáles son los choques que generan ese tipo de correlaciones? Los choques en el precio externo de los bienes transables (en esa época tenían impactos muy importantes sobre la economía colombiana las alteraciones del precio externo del café) y los cambios en los topes máximos de deuda. Como se vio en la sección anterior, choques positivos o negativos de estas variables generan “comovimientos” (variaciones en la misma dirección) de las tasas de interés real local y de cambio real.

Como se dijo, la correlación entre ambas variables se volvió negativa (y significativa) con posterioridad a 1983 y hasta 2000. Esto, en términos de nuestro modelo, se puede interpretar así: desde 1983 y hasta 2000 adquirieron predominancia los choques a las productividades en los sectores transables y no transables: unas veces en unos y otras veces en otros. Esto, según nuestro

modelo, que es de movilidad imperfecta de capitales, no solo alteraba la tasa de cambio real sino que, simultáneamente, producía movimientos de la tasa de interés real interna en el sentido contrario. Esto no obsta para reconocer que en ciertos años pudo ser importante un choque del tope máximo de endeudamiento que generaba un movimiento en la misma dirección entre la tasa de cambio real y la tasa de interés real doméstica. Por ejemplo, entre 1997 y 1998 ambas tasas suben. Según nuestro modelo ello debió suceder como reacción ante una reducción transitoria del tope máximo de endeudamiento.

## **V. Resumen y conclusiones**

Este documento reporta la construcción y utilización de un modelo de equilibrio general diseñado para describir e interpretar los niveles de largo plazo y los movimientos de las tasas reales de interés y cambio de una economía que es tomadora de precios pero que no goza de movilidad perfecta de capitales. Al respecto, se supone que la economía afronta una restricción cuantitativa de crédito externo, esto es, un tope máximo de deuda (y de endeudamiento).

De los resultados de los ejercicios dinámicos (impulso-respuesta) y de estática comparativa (comparación entre estados estables alternativos asociados a parámetros con valores alternativos) se deducen tres asuntos interesantes:

- A) suponer un mecanismo de crecimiento económico endógeno (asociado a cambios endógenos de la productividad laboral) o, por el contrario, exógeno es crucial para generar resultados sustancialmente diferentes o, por el contrario, similares al del modelo canónico, el de Harrod-Balassa-Samuelson. En otras palabras, si se supone crecimiento económico exógeno (el caso, por ejemplo, del modelo de Solow), la hipótesis de existencia de un tope de deuda no parecería capaz de generar niveles o variaciones de la tasa de cambio y de la tasa de interés sustancialmente distintos a lo que prediría el modelo canónico: independencia de ambas tasas y determinación de la tasa de cambio real solo por las relaciones de productividad entre los sectores transable y no transable de la economía dependiente.
- B) Ante choques transitorios de la tasa de interés externa o del tope de endeudamiento, las tasas reales de cambio e interés se mueven en la misma dirección entre sí y en la misma dirección de la tasa de crecimiento de la economía, tal como lo han



ilustrado Mendoza (2001) y Kehoe y Ruhl (2008) a propósito del fenómeno conocido como “*sudden stops*” (de las entradas de capital).

- C) Sin embargo, una alteración permanente del tope de deuda tiene un efecto tan intenso sobre la tasa de crecimiento de la economía (y, por ende sobre su producto *per cápita* final), bajo el supuesto de crecimiento económico endógeno, que logra imponer movimientos de las tasas reales de cambio e interés en un sentido contrario al contemplado por la literatura de los *sudden stops*. Así, al reducirse (de manera permanente) el tope de deuda y, por ende, la tasa de crecimiento de la economía, caen las tasas reales de interés (por caída endógena de la productividad marginal del capital) y de cambio (por un aumento endógeno del costo relativo de producir bienes no transables).

A la luz del modelo teórico se podría interpretar una característica de la historia macroeconómica colombiana del siglo XX: una correlación positiva entre las tasas reales de cambio e interés entre 1930 y 1977. Tal correlación se explicaría, según el modelo, por variaciones intensas (a la baja y al alza) de los topes de deuda, y de los precios externos de los bienes transables.

## Referencias

- Baxter, M. 1994. “Real exchange rates and real interest differentials: have we missed the business-cycle relationship?”, *Journal of Monetary Economics*, vol. 33, 5–37.
- Canova, F. (1995). “Sensitivity analysis and model evaluation in simulated dynamic general equilibrium economies”. *International economic review*. Vol 36. No 2.
- Canova, F. y L. Sala (2006). “Back to square one identification issues in DSGE models”. Working paper series No 583. European Central Bank
- Chinn, M., y G. Meredith. 2004. “Monetary Policy and Long-Horizon Uncovered Interest Parity”, *IMF Staff Papers*, vol. 51, No. 3.
- Cumbi, R., y J. Huizinga. 1990. “Investigating the correlation of unobserved expectations: expected returns in equity and foreign exchange markets and other examples”, Manuscript (New York University)
- De Gregorio, J. 2007. “Macroeconomía. Teoría y Políticas”. Pearson Educación, México.
- Del Negro, M. & Schorfheide, F. (2008). “Forming Priors for DSGE Models (and How It Affects the Assessment of Nominal Rigidities)”. Discussion Papers, C.E.P.R.

- Dornbusch, R. 1976. "Expectations and Exchange Rate Dynamics", *Journal of Political Economy*, vol. 84, No. 6. pp. 1161-1176.
- Gelman, A., y Rubin, D. (1992). "Inference from iterative simulation using multiple sequences". *Statistical Science*. Vol 7. No 4.
- Geweke, J. (1992). "Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to calculating posterior moments". En Bernardo, J. Berger, J. Dawid, A. & Smith, A. (Edits.), *Bayesian Statistics 4*. Oxford University Press.
- GRECO (Grupo de estudios del crecimiento económico. 2002. *El crecimiento económico colombiano en el siglo XX*. Banco de la República – Fondo de Cultura Económica.
- Heidelberger, P. & Welch, P. (1983). "Simulation run length control in the presence of an initial transient". *Operations Research*. No 31.
- Hoffmann, M., y R. MacDonald. 2006. "A Re-examination of the link between Real Exchange Rates and Real Interest Rate Differential", Working Papers 2007\_36, Department of Economics, University of Glasgow.
- Huizinga, J. 1987. "An empirical investigation of the long-run behaviour of real exchange rates", *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 27, 149-214.
- Kanas, A. 2005. "Real or monetary? The US/UK real exchange rate, 1921-2002," *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, Elsevier, vol. 15(1), pp. 21-38.
- Kehoe, T., y K. Ruhl. 2008. "Sudden stops, sectoral reallocations, and the real exchange rate", Working Paper 14395, NBER.
- Kim, J. 2007. "Real exchange rates and real interest differentials for sectoral data: A dynamic SUR approach", *Economics Letters*, vol. 97, 3 pp. 247-252.
- Kriwoluzky, A (2007). *Introduction to Dynare*. Handout, Institute of Economic Policy.
- López, M. R. y Rodríguez, N. (2008). "Financial Accelerator Mechanism: Evidence for Colombia". Borradores de Economía (Banrep). No. 481.
- Meese, R., y K. Rogoff. 1988. "Was it Real? The Exchange Rate-Interest Differential Relation Over the Modern Floating-Rate Period", *The Journal of Finance*, vol. 43, no. 4, pp. 933-948.
- Mendoza, E. 2001. "Credit, Prices, and Crashes: Business Cycles with a Sudden Stop", Working Paper W8338, NBER.
- Montenegro, A. 1993. "Crecimiento óptimo en una economía con comercio complementario", en *Café, dinero y macroeconomía*, Fescol.

- Nakagawa, H. 2002. "Real exchange rates and real interest differentials: implications of nonlinear adjustment in real exchange rates", *Journal of Monetary Economics* 49, 629-649.
- Obstfeld, M and Rogoff, K., (1996). "Foundations of international macroeconomics", Cambridge: The MIT Press.
- Pencavel, J. 1986. "Labor Supply of Men: A Survey", cap. 1 de *Handbook of Labor Economics*, Vol. I (O. Ashenfelter y R. Layard, editores), Elsevier Science Publishers BV.
- Pérez, J. 2006. "Evaluación de reglas de tasa de interés en un modelo de economía pequeña y abierta", *Borradores de Economía* (B. de la R.), no. 385.
- Posada, C. E. y A. Rojas. 2008. "El crecimiento económico colombiano: datos nuevos y modelos viejos para interpretar el período 1925 – 2000", *Borradores de Economía* (B. de la R.), no. 480.
- Prada, J. D., y L. E. Rojas. 2009. "La elasticidad de Frisch y la transmisión de la política monetaria en Colombia", *Borradores de Economía* (B. de la R.), no. 555.
- Rhenals, R., y J. P. Saldarriaga. 2007. "Tasa de cambio real y crecimiento económico en Colombia, 1905-2006: una exploración inicial", *Perfil de Coyuntura Económica*, agosto.
- Villar, L., y H. Rincón. 2000. "The Colombian economy in the nineties: capital flows and foreign exchange regimes", *Borradores de Economía* (B. de la R.), no. 149.